PROBLEMES PLAISANS ET DELECTABLES, QUI SE FONT PAR LES NOMBRES:...

Claude Gaspar Bachet

Digitized by Google

Staatl. Bibliothek
Regensburg

Philos.
1684

Philos. 1684

SBR 069026336657

Staatl. Bibliothek
Regensburg

In manibus DEI mei, sortes meæ. Ps. 31, v. 16.

PROBLEMES PLAISANS ET delectables, qui se font par les nombres:

Partie recueillis de diuers autheurs, & inuentez de nouueau auec leur demonstration,

PAR CLAVDE GASPAR BACHET
Sr. DE MEZIRIAC.

Tres-vtiles pour toutes sortes de personnes curieuses, qui se seruent d'Arithmetique.

A LYON.
Chez Pierre Rigaud, en ruë Merciere, au coing de ruë Ferrandiere, à l'enseigne de la Fortune.

M. DCXII.

auec Priuilege de l'Autheur.

Fräwzbe dà P
1638

Staatl. Bibliothek
Regensburg

Digitized by Google

A MONSEIGNEVR L'Illuſtriſſime & Reuerendiſſime Cardinal du Perron.

MONSEIGNEVR,

Les rares perfections de voſtre diuin eſprit qui vous rendent capable de demeſler les points les plus chatouilleux des ſciences les plus ſublimes, auec le zele treſ-ardent que vous teſmoignez auoir au reſtabliſſement des bõnes lettres en France, obligent aſſez toutes les doctes plumes de ſacrifier leurs labeurs à voſtre merite. Mais pour mon particulier ayant eu ce bon-heur deſpuis peu de temps de ſauourer la douceur de voz grãds & ſerieux diſcours, & cognoiſtre par experience de combien vous ſurpaſſez

en effect le bruit que la renõmee a respãdu de vo⁹ par tous les coings de l'Europe, ie suis doublement tenu d'vser en vostre endroit d'vne telle recognoissance. Partant ie vous offre ce liuret qui ne s'attribue plus grand gloire que de porter emprainte sur son front la marque de vostre nom. Vous le receurez, s'il vous plaist, comme les primices des fruits de mon esprit, dont ie vous fais hommage, auec vne extreme enuie (si ce petit eschantillon vous agree) de vous presenter bientost quelque plus important ouurage pour enrichir la diuine science, qui sur toutes les autres emporte le prix d'euidence & de certaineté. Ie m'asseure tãt de vostre naifue bonté & courtoisie, que vous verrez d'vn bon oeil ce qui vous vient offert auec tant d'affection, & permettez que ie me dise à perpetuité.

Vostre tres-humble & tres-affectioné seruiteur.

CLAVDE GASPAR BACHET.

Digitized by Google

A MONSIEVR BACHET
SVR SON LIVRE DE IEVX.
SONNET.

TOut ce que le puiſſant artiſan de ce monde
Par ſa ſeule parole a fait voir à noz yeux
De plus beau, de plus rare, & plus induſtrieux
Dans le ciel, dans la terre, ou dans la mer profonde.
Par des nombres eſgaux d'vne meſure ronde
Se lie & s'entretient d'vn ordre gratieux
Et le Chaos confus requeroit en tous lieux
Si chaſque choſe eſtoit ſans nombre vagabonde:
Ce ne ſont donc des Ieux que ton liure Bachet
Si ta plume s'eſgaye en bas elle ne chet
C'eſt vn ſçauoir plus haut du nõbre qui ſans nombre.
S'en va deſſus la mer, ſur la terre, & les cieux
Où volera ton loz, & paſſant noz Aieuls
Fera voir à iamais qu'ilz n'en ont eu que l'ombre.

Charles le Grand Aduocat
au ſiege preſidial de Breſſe.

IN NOBILISSIMI C. G. Bacheti luſus Arithmeticos.

QVeis eſt ingenij decus, vel artis
Natura, ſtudiove comparatum:
In paruis etiam patere rebus
Poſſunt, nec modicam referre laudem.
Notus lioneola fuit vel vna
Qui cunctus ſuperauit arte pictor.

Digitized by Google

Syluas si cecinit Maro, gregesque
Syluæ consulibus fuere dignæ.
Clades Iliacas poëta magnus
Qui scribit, simul ac Vlyssis acta
Dum dicit βαλράχων, μυων τε pugnas
Est semper similis sui disertus.
Sic ludens numeris Bachetus istis
Doctrinæ genijque si feracis
Tantas fundit opes, quid obstupendum?
Lusus non alios Daret Bachetus

Phil Coll.

A MONSIEVR BACHET sur ses ieux Arithmetiques, SONNET.

L'Vn prefere au prouffit les douces voluptez
L'autre n'agree point ce qui n'est prouffitable
Bien que doux: mais chascun auroit pour agreable
De conioindre au plaisir les prouffits souhaittez.
Tes ieux, mon cher BACHET, *doctement inuentez*
Et tissus, ont vni d'vn art inimitable
Le plaisir au prouffit, & font qu'en mesme table
Chascun peut assouuir ses curiositez.
O que de beaux secrets. Mais quoy gentil ouurier
D'vn labeur si parfaict seras-tu sans loier
Non, tu ne peux manquer d'vne immortelle gloire,
Qu'aux siecles aduenir les plus braues esprits
Paissans leurs appetits de tes fameux escris
Celebrent à iamais de BACHET *la memoire.*

Phil. Coll.

Digitized by Google

Preface au Lecteur.

TOVT ainſi qu'vn accort & braue capitaine, ne veut point hazarder ſon armee, ny tenter le douteux euenement d'vn perilleux conflit, qu'il n'ait auparauant aguerrir ſes ſoldats, leur apprenant comme par ieu le meſtier de Mars, & les inſtruiſant par des feintes alarmes, & par des combats ſimulez à ce bien comporter en vne veritable bataille. Et de la meſme ſorte qu'vn muſicien excellent, & maiſtre expert à rauir l'ame par l'oreille en pinçát mignardement les cordes d'vn Luth, auant que deſploier ſon art, & par vn gratieux meſlange des ſons graues auec les aigus compoſer vne parfaitte har-

Digitized by Google

monie;fait preceder quelques legers accords,& par vn gentil prelude s'acquiert l'attention des eſcoutans, & tout d'vn coup eſſaye ſi les cordes reſpondent à ſa main. Ainſi i'ay bien volu mettre en lumiere ce petit traitté de jeux,tant pour faire comme vn eſſay de mes forces, que pour conie-cturer quel iugement on fera de mes œuures auant que donner au iour ce qu'auec plus de labeur i'ay conçeu dés long-temps, & que ie ſuis preſt d'enfanter touchant l'entiere & parfaitte cognoiſſance des nombres,aſçauoir mon liure des Elemens Arithmetiques, & mes Commentaires ſur Diophante. Ie ne doute point que ce petit ouurage ne ſoit treſmal recueilli par certains hommes de bas courage,ennemis des ſciẽces,dontle gouſt depraué ne peut rien ſauourer que ce qui tend à faire enfler la bourſe,& accroiſtre le reuenu ; qui diront que ce

liure

liure contiēt que bagattelles,& choſes du tout inutiles:Mais ie m'aſſeure auſſi que les ſtudieux,& ceux qui sōt douëz d'vn plus gentil eſprit en iugeront tout autrement,& meſme reſpondront pour moy à ces auares cēſeurs, que les ſciences ſpeculatiues comme ſont les Mathematiques de leur nature ne viſent point au gaing, mais leur effet principal eſt d'embellir la plus noble partie de l'homme, aſçauoir l'entendement, par la cognoiſsāce d'vne certaine & infallible verité. Et neātmoins on ne peut nier que telles ſciences ne ſoient encor proufitables,& n'apportēt beaucoup de commoditez à la vie humaine,car l'on ſçait aſſez par experience que les marchands, architectes, nochers, & preſque tous les autres ouuriers des arts mecaniques,ne ſe peuuent paſſer de l'Arithmetique,Geometrie,Aſtrologie,& Coſmographie. Mais ie ne

veux pas entrer en vn si large champ, ni entreprẽdre en ce lieu la loüange des Mathematiques, ce seroit sortir de mon subiet, & redire ce que plusieurs ont dit par cy deuant. Seulement pour preuuer que la cognoissance de ces ieux, outre l'honneste recreatiõ & plaisir de l'esprit, peut quelquefois rapporter de l'vtilité, ie me contenteray de ramenteuoir au Lecteur à ce propos vn fait tresmemorable que raconte Hegesippus, autheur digne de foy, en son troisiesme liure de la guerre de Hierusalem. Iosephe, celuy qui nous a laissé par escrit la mesme histoire, signalé non moins par les lettres que par les armes, estant Gouuerneur de Iotapata, ville tresimportãte, fut contraint de soustenir dans icelle le premier choc de l'armee Romaine conduitte par Vespasian, & nonobstant qu'en ce siege il donnat maintes preuues & de

sa

ſa prudence & de ſa valeur, ſi ne peut-il empeſcher qu'apres pluſieurs aſſauts, la ville fut emportee de viue force. Parquoy ne ſçachant à quoy ſe reſoudre en vn danger tout euident, ſuiui d'vne trouppe de ſoldats qui vouloyét courir vne meſme fortune, il ſe retira dans vne cauerne ou grotte ſoubſterraine, que l'autheur à la façon des Hebrieux, nomme vn lac; où ayát demeuré l'eſpace de quelques iours, en fin preſſé de la neceſsité, il propoſe à ſes gens qu'il trouuoit plus expedient de s'aller rendre aux Romains, & ſe mettre à la mercy du vainqueur, que de finir là miſerablement leurs iours, attendát le furieux aſſaut d'vne faim enragee, qui peut eſtre les contraindroit à s'entremanger en guiſe de beſtes farouches. Mais ces ſoldats ayans conçeu dans leur foible cerueau, l'eſperance certaine, d'acquerir par vn acte genereux

reux vne gloire immortelle,& preferant,ce leur ſembloit,vne honorable mort,à vne honteuſe vie,reſpondent d'vn commun accord; Qu'ils eſtoyẽt reſolus de tomber deſſous leurs propres armes, & s'entretuer courageuſement,pluſtoſt que de rendre les abois,mattez d'vne bourrelle faim,ou ſe remettre par laſcheté à la diſcretiõ des barbares Idolatres ennemis du peuple de Dieu, pour ſouffrir toutes les indignitez que le vainqueur inſolent peut faire endurer aux vaincus. Ioſephe s'efforce de les deſtourner d'vne ſi mal-heureuſe entrepriſe, & leur remonſtre que c'eſt coüardiſe,& faute de cœur,pluſtoſt que generoſité; Ils perſiſtent en leur opinion, & s'enhardiſſent iuſques là, que de le menacer,s'il n'y conſent volontairement,de l'y contraindre par force,& de commencer par luy meſme l'execution de leur tragique deſſein. Lors

Ioſe

Ioſephe ne voyant autre moyen d'eſchaper, s'auiſe d'vne telle ruze. Il feint d'adherer à leur volonté, mais il leur perſuade que pour euiter le deſordre & la confuſion, qui pourroyent ſuruenir en tel acte, s'ils s'entretuoyent à la foule, il valoit mieux ſe mettre tous de rang, & commençant à conter par vn bout maſſacrer touſiours le tantieſme (l'autheur n'exprime pas le quantieſme) ce qui eſtant executé, en fin il ſe treuua ſeul en vie auec vn autre; partant comme il eſtoit eloquent & mal-heureux, il luy fut bien aisé d'induire ſon compagnõ, ou par amour, ou par force, à condeſcendre à ſa volonté. Or il eſt certain que Ioſephe en ce cas euita le danger d'vne mort aſſeuree, par l'artifice de mon vingtieſme probleme, Car ayãt bien preueu que continuant la tuerie en la ſorte qu'il auoit ordonné, il falloit qu'à la fin il en demeuraſt deux, il fit

ſi biẽ

Digitized by Google

ſi bien que ſe rangeant parmi ſes ſoldats, ſans faire ſemblant d'y penſer, il ſe mit en la place d'vn de ces deux là.

Voilà vne hiſtoire bien remarquable, & que nous apprend aſſez qu'on ne doit point meſpriſer ces petites ſubtilitez, qui aiguiſent l'eſprit, habilitent l'homme à des plus grandes choſes, & apportent quelquefois vne vtilité non penſee.

Reſte que i'auertiſſe le lecteur que pour bien pratiquer tous ces problemes il eſt neceſſaire de ſçauoir vn peu d'Arithmetique prattique: Les demonſtrations ne ſe pourront entendre que par ceux qui ſeront verſez en la ſpeculatiue, car ie ſuppoſe en icelles la cognoiſſance du ſeptieſme, huictieſme, & neufieſme liure d'Euclide, & meſme de quelques propoſitions du ſecond, appliquees aux nombres: encore ie forme quelquefois des argumens par la proportion

con

Digitized by Google

conuerſe, alterne, compoſee, diuiſee, & autres dont parle Euclide au cinquieſme liure: Outre tout cela ie me ſers ſouuent des quatorze Theoremes ſuiuãs, leſquels i'ay voulu inſerer icy tout expres, à fin qu'il ne manque rien à l'entiere demonſtratiõ de tous ces problemes. Que ſi celle du cinquieſme probleme n'eſt pas accomplie, le Lecteur m'excuſera, pour la cauſe que i'allegue en ce lieu-là. Ie ne l'ay point obmiſe par ignorance, car ayant compoſé dés l'heure preſente la plus grand part de mon liure des Elemens Arithmetiques, i'ay deſ-ja demonſtré tout cela d'où deſpend icelle demonſtration, comme ie feray voir à tous ceux qui auront l'enuie de s'en eſclaircir.

Pour concluſion i'admoneſte ceux qui voudront parfaictement prattiquer ces jeux, qu'ils le faſſent auec telle dexterité, qu'on n'en puiſſe pas

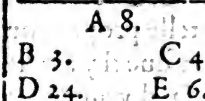
aiſé

aiſément deſcouurir l'artifice; Car ce qui rauit l'eſprit des hommes, c'eſt vn effet admirable dont la cauſe eſt inconnue. Partãt ſi l'on fait pluſieurs fois le meſme ieu, il faut ſouuent chãger de façon de faire, ainſi que i'enſeigne aux aduertiſſemens que ie dõne apres les demonſtrations, qui pour ceſte cauſe doiuent eſtre leus diligẽment, & bien conſiderez.

Digitized by Google

THEOREME I.

Si vn nombre donné ſe multiplie par vn autre, & le produit ſe diuiſe encore par vn autre, il y aura telle proportion du nombre donné au quotient de la diuiſion, qu'il y a du diuiſeur au multiplicateur.

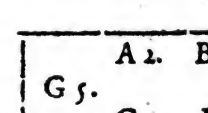


SOIT le nombre donné A. lequel multiplié par B. produiſe le nombre D; & diuiſant D par C, ſoit le quotient E. Ie dis qu'il y a telle proportion de A. nombre donné au quotient E, qu'il y a du diuiſeur C. au multiplicateur B. Car puiſque C diuiſant D, fait le quotient E, il eſt certain que C E multipliez enſemble produiſent D; mais auſſi par l'hypoteſe A B multipliez enſemble, produiſent le meſme D. Dõcques par la 19. du 7. d'Euclide il y a telle proportiõ de A, à E, que de C, à B. Ce qu'il falloit démonſtrer.

Digitized by Google

THEOREME II.

S'il y a quatre nombres proportionaux, & qu'on multiplie le premier & le troiſieſme par vn meſme nombre ; le multiple du premier aura telle proportion au ſecond, que le multiple du troiſieſme au quatrieſme.



SOient quatre nombres proportionaux A. B. C. D. à ſçauoir qu'il y ait telle proportion de A, à B. que de C, à D. & qu'on multiplie les deux A C. premier & troiſieſme, par le meſme nombre G. & ſoient les produits E. F. Ie dis qu'il y a telle proportion de E à B. que de F à D. Car puiſque il y a telle proportion de A à B que de C à D. il y aura, par la proportion alterne, telle proportiõ de A à C, que de B à D. Or pource que le meſme G multipliant A & C, produit E & F, il y a telle proportion de E à F que de A à C, doncques auſſi il y a telle proportion de E à F que de B à D, & alternatiuement, telle proportion de E à B. que de F à D. Ce qui ſe deuoit demonſtrer.

THEOREME III.

Si trois ou pluſieurs nombres ſe multiplient enſemble, le produit ſera touſiours le meſme, en qu'elle

Digitized by Google

quelle façon, & par quel ordre qu'on les multiplie.

EVCLIDE ayant demonſtré en la 16. du 7. que de deux nombres ſoit qu'on multiplie le premier par le ſecond, ou le ſecond par le premier, le produit eſt touſiours le meſme. Ie veux icy preuuer que le ſemblable aduient en trois, ou pluſieurs nombres. Or trois ou pluſieurs nombres ſe diſent eſtre multipliez enſemble, lors qu'on en multiplie deux enſemble, & le produit par vn autre & ce produit derechef par vn autre, & ainſi tant qu'il y aura de nombres.

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F 12.
E 24.	K 24.	G 24.

Soient donc premierement propoſez trois nombres A. B. C, & multipliant A par B ſoit fait D. lequel multiplié par C produiſe E : Puis changeons d'ordre, & multiplions B par C & ſoit fait F. qui multiplié par A produiſe G. Chãgeons derechef d'ordre & multiplions A par C, & ſoit fait H, lequel multiplié par B produiſe K (Car voilà toutes les differentes façons que peuuent admettre trois nombres ſe multiplians enſemble) Ie dis que les trois produits E.K.G. ſont vn meſme nombre. Car puiſque B multipliant les deux A.C. produit D.F. il y a telle proportion de A. à C, que de D. à F. donc le meſme nombre ſe produit multipliant A par F, & C. par D. par la 19. du 7. Partant E & G ſont vn meſme nombre. Semblablement puiſque C multipliant A & B,

Digitized by Google

A 2.	B 3.	C 4.
D 6.	H 8.	F. 12.
E 24.	K 24.	G 24.

produit H & F. il y a telle proportion entre A & B, qu'entre H & F. parquoy le meſme nõbre ſe faict multipliant A par F & B par H. Doncques K G ſont vn meſme nombre. Parquoy tous les trois E. K. G. ſont vn meſme nombre. Ce qu'il falloit preuuer.

Maintenant ſoient propoſez quatre nombres A. B. C. D. & multipliant A par B, & le produit par C. ſoit fait E. qui multiplié par D. faſſe K.

	E 24.		F 60.
A 2.	B 3.	C 4.	D 5.
	G 12.		
	K 120.		H 120.

Puis changeans d'ordre & multiplians D par C. & le produit par B. ſoit fait F. qui multiplié par A produiſe H. Ie dis que K. H. ſont vn meſme nombre, & que le meſme nombre ſe produira touſiours en quelque autre façõ qu'on multiplie enſemble les quatre nombres A. B. C. D. Car puiſque multiplians enſemble d'vn coſté les trois A. B. C; & d'vn autre coſté les trois D. C. B. nous trouuons les deux B. C. d'vn coſté & d'autre, multiplions B. C. enſemble, & ſoit fait G. Or parce qui a eſté demonſtré en trois nombres le meſme E qui ſe fait multipliant A par B, & le produit par C, le meſme E diſ-ie ſe fera auſſi multipliant B par C, & le produit (à ſçauoir G) par A. ſemblablement nous preuuerons que F ſe feroit multipliant D par G. Puis donc que le meſme G multipliant les deux A. D produit E F.

A par F,

il y a telle proportion entre A D, qu'entre E F. Parquoy le mesme nombre se fait multipliant A par F, & D par E. Doncques K. H sont vn mesme nombre. Or par semblable moyen nous preuuerons tousiours le mesme. Car de quatre nombres en multipliant trois ensemble d'vn costé, & trois d'vn autre, il se rencontrera tousiours que des trois pris d'vn costé & d'autre, il y en aura deux qui seront les mesmes. & par ainsi la mesme demonstration aura tousiours lieu.

Semblablement si l'on propose cinq nombres, i'en prendray quatre d'vn costé, & quatre d'vn autre, & s'en treuuera tousiours trois qui seront les mesmes d'vn costé & d'autre. Parquoy m'aidant de ce qui a esté demonstré en trois & en quatre nombres, ie parferay la demonstration d'vne mesme sorte. Et si l'on propose six nombres, ie me seruiray de ce qui aura esté demonstré en cinq, & ainsi tousiours si l'on en propose d'auantage. Doncques le moyen de la demonstration est vniuersel, & applicable à toute multitude de nombres.

ADVERTISSEMENT.

Ce mesme Theoreme d'vne autre façon a esté demonstré par Clauius sur la 19. du 8. Mais de combien ma demonstration soit plus briefue & plus clere que la sienne, i'en laisse le iugement au prudent lecteur. Certes ceste proposition est fort vtile & importante, non seulement à cause des problemes suiuans, mais aussi pour fatiliter la demonstration de plusieurs autres beaux Theoremes, comme ie feray veoir Dieu aydant, en mon liure des Elements Arithmetiques.

THEOREME IV.

De tout nombre pairement pair, la moitie eſt vn nombre pair.

A 24.
B 12.

SOit A nombre pairement pair, dont la moitié ſoit B. Ie dis que B eſt vn nombre pair; Car ſi B eſtoit impair, le nombre A ſeroit pairement impair ſeulement par la 33. du 9. Ce qui eſt contre l'hypoteſe. Donc il faut que B ſoit pair. Ce qui ſe deuoit demonſtrer.

ADVERTISSEMENT.

La conuerſe de ceſte propoſition, à ſçauoir que tout nombre, dont la moitié eſt nombre pair, eſt pairement pair, eſt trop euidente; car puiſque multipliant la moitié d'vn nombre pair par 2. on fait le meſme nõbre, ſi icelle moitié eſt nombre pair, eſtant multipliee par 2, qui eſt auſſi pair, infalliblement le produit ſera nombre pairement pair par la definition.

THEOREME V.

De tout nombre pairement impair ſeulement, la moitié eſt vn nombre impair.

A 10.
B 5.

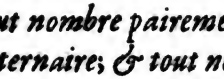
CEſte propoſition eſt la conuerſe de la 33. du 9. Soit A nombre pairement impair ſeulement, &

ſa

ſa moitié ſoit B. Ie dis que B eſt impair; car ſi B eſtoit pair, le nombre A ſeroit pairement pair par l'Aduertiſſement du precedent Theoreme. Ce qui eſt contre l'Hypoteſe. Donques B eſt impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME VI.

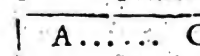
Tout nombre pairement pair, eſt meſuré par le quaternaire; & tout nombre que le quaternaire meſure, eſt pairement pair.



SOit A B. nombre pairement pair, duquel la moitié ſoit C B nombre pair, par le 4. Theor. & ſoit G. le quaternaire. Ie dis premierement que G meſure le nombre A B. Car prenant le binaire D, qui eſt la moitié de G, il eſt euident qu'il y a telle proportion de D à G, que de C B, à A B. & par la proportion alterne il y a meſme proportion de D. à C B. que de G. à A B. Mais D meſure C B (car tout nombre pair quel eſt C B, comme il a eſté preuué, eſt meſuré par le binaire) doncques G pareillement meſure A B.

En apres poſons que le quaternaire G. meſure quelque nombre comme A B. Ie dis que A B. eſt pairement pair. Car en premier lieu il eſt certain que A B eſt pair, d'autant qu'il eſt meſuré par vn nombre pair quel eſt G, comme on recueillit de la 21. du 9. Partant prenons la moitié de A B; qui ſoit C B. Lors comme au parauant

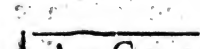
Digitized by Google



il y aura telle proportion de C B à A B. que du binaire D au quaternaire G. & alternatiuement telle proportion de C B à D. que de A B à G; mais A B eſt meſuré par G par l'Hypoteſe. Donques auſſi C B. ſera meſuré par D. Partant C B eſt nombre pair; Parquoy A B eſt pairement pair par l'aduertiſſement du 4. Theor. Donques il appert de la verité de ce qu'il falloit demóſtrer.

THEOREME VII.

Tout nombre qui ſurpaſſe du binaire quelque nombre pairement pair, eſt pairement impair ſeulement.

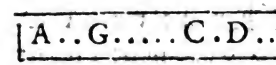


SOit le nombre A B ſurpaſſant du binaire A C, le nombre C B pairement pair, Ie dis que A B eſt pairement impair ſeulement. Car en premier lieu que A B ſoit pair il eſt euident par la 21. du 9. d'autant qu'il eſt cõpoſé de deux nombres pairs A C. C B. En apres que ledit A B ſoit ſeulement pairement impair, ie le preuue ainſi. S'il eſtoit pairement pair, il ſeroit meſuré par le quaternaire par le precedent Theoreme. Or C B qui par l'Hypoteſe eſt pairement pair, eſt pour meſme raiſon meſuré par le meſme quaternaire. Donques le binaire A C reſtant, ſeroit auſſi meſuré par le quaternaire, choſe impoſſible.

poſſible. Parquoy A B ne peut eſtre que pairement impair. Ce qu'il falloit preuuer.

THEOREME VIII.

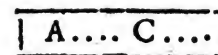
Tout nombre pairement impair ſeulement, ſurpaſſe du binaire quelque nombre pairemen pair.



C'Eſt la conuerſe de la precedente. ſoit A B nombre pairement impair ſeulement. Ie dis qu'il ſurpaſſe de deux quelque nombre pairement pair. Car puiſque A B eſt pair, ſoyent ces deux moities A C. C B. qui ſeront nombres impairs par le 5. Theor. Dócques de C B oſtant l'vnité C D. le reſte D B ſera nóbre pair. Ie prends le double de D B qui ſoit G B. nombre pairement pair par l'aduertiſſement du 4. Theoreſ. Alors d'autant que tout A B à meſme proportion à tout C B; que le nombre oſté G B. a l'oſté D B. (Car d'vn coſté & d'autre il y a proportion double) Il s'enſuit auſſi que le reſte A G. au reſte C D, à la meſme proportion double, par la 11. du 7. Or C D eſt l'vnité par la conſtruction, donc A G eſt le binaire. Parquoy ayant eſté preuué que G B eſt pairement pair, Il eſt euident que A B. ſurpaſſe vn pairement pair G B; du binaire A G. ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME IX.

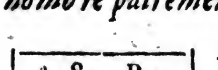
Si l'on adiouſte enſemble deux nombres l'vn pairement pair, & l'autre pairement impair ſeulement, le composé ſera pairement impair ſeulement.



AV nombre pairement pair A C. ſoit adiouſté le nombre C B pairement impair ſeulement. Ie dis que le composé A B eſt pairement impair ſeulement. Car s'il eſtoit pairemẽt pair, le quaternaire le meſureroit par le 6. Theor. Or d'autant que par l'hypoteſe A C eſt pairement pair, le quaternaire le meſure, auſſi par la meſme raiſon. Donques le meſme quaternaire meſureroit auſſi le reſtant C B, & par conſequẽt C B ſeroit pairement pair. Ce qui eſt impoſſible, ayant eſté ſuppoſé qu'il eſt pairement impair ſeulement. Doncques A B ne peut eſtre que pairement impair. Ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOREME X.

Si l'on multiplie vn nombre pairement pair, par quel nombre que ce ſoit, le produit ſera nombre pairement pair.



LE nombre pairement pair A, ſoit multiplié par B quel nombre qu'on voudra, & ſoit le

le produit C. Ie dis que C. est nombre pairement pair. Car puisque A pairement pair mesure C,& le quatenaire mesure A par le 6.Theoreme, Il faut aussi que le quaternaire mesure C. Parquoy C.est pairement pair par le mesme Theoreme. Ce qu'il falloit preuuer.

THEOREME XI.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair seulement par vn nombre impair,le produit sera pairement impair seulement.

SOit vn nombre A. pairement impair seulement, qui multiplié par B nombre impair,produise C. Ie dis que C est pairement impair seulement, Ie prends D la moitié de A. & multipliant D par B, soit produit E. Il est euident que E, est la moitié de C. Car puisque B multipliant A fait C;le mesme B multipliant la moitié de A. fera la moitié de C. Or est-il que D est nombre impair par le 5.Theor.parquoy multipliant ensemble les deux impairs B. D, le produit E,est impair par la 29. du 9. Donques C(duquel la moitié E est nombre impair) est necessairement nombre pairement impair seulement par la 33. du 9. Ce qu'il falloit demonstrer.

THEO

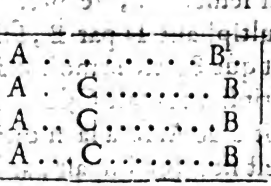
THEOREME XII.

Si l'on multiplie quelque nombre pairement impair seulement par vn nombre pair, le produit sera nombre pairement pair.

CEcy est euident par la definition mesme du nombre pairement pair, Car ce produit est fait de la multiplication de deux nombres pairs.

THEOREME XIII.

Tout nombre plus grand que trois est pairement pair, ou il surpasse quelque nombre pairement pair de vn, ou bien de deux, ou bien de trois.



SOit proposé le nombre A B plus haut que trois. Ie dis que A B est pairement pair, ou vrayemẽt qu'il surpasse quelque nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Car puisque A B est plus haut que trois, il faut qu'il soit quatre, ou plus grand que quatre: si c'est quatre, c'est vn nombre pairement pair par le 6. Theor. s'il est plus grand que quatre, ou quatre le mesure, & par ainsi il est pairement pair par le mesme Theoreme; ou bien ostant quatre de A B tant de fois qu'on peut, il reste quelque chose, comme A C.

Or

Or est-il que A C. ne peut estre qu'vn, ou deux, ou trois (car autrement on n'auroit pas osté quatre tant de fois qu'on pourroit) & C B. estant mesuré par quatre, est nombre pairement pair par le 6. Theor. Donques A B. surpasse vn nombre pairement pair, d'vn, ou de deux, ou de trois. Partant nous auons entierement preuué ce qu'il falloit demonstrer.

THEOREME XIV.

S'il y a quatre nombres proportionaux, diuisant le premier par le second, on aura le mesme quotient, que diuisant le troisiesme par le quatriesme.

A 18.	B 6.	C 12.	D 4.
	E 3.	1.	

SOient A B. C. D. quatre nombres proportionaux c'est asçauoir qu'il y ait telle proportion de A. a B. que de C. a D. & diuisant A par B. soit le quotient E. Ie dis que le mesme E se produira diuisant C par D. Car puisque diuisant A par B, le quotient est E, il y a telle proportion de A. à B; que de E. à l'vnité par la definition de la diuision. Mais par l'hypotese il y a mesme proportion de A, à B; que de C. à D: Dócques il y a aussi mesme proportion de C à D, que de E à l'vnité. Parquoy il appert par la definition de la diuision que diuisant C par D, le quotient est E. Ce qu'il falloit demonstrer.

A D.

ADVERTISSEMENT.

On peut tirer d'icy à cauſe de la proportion conuerſe, que diuiſant le ſecond par le premier, on produit auſſi le meſme quotient, que diuiſant le quatrieſme par le troiſieſme: & à cauſe de la proportion alterne, on produit le meſme quotient, ſoit qu'on diuiſe le premier par le troiſieſme, ſoit qu'on diuiſe le ſecond par le quatrieſme; & derechef par la proportion conuerſe; on produit le meſme quotient diuiſant le troiſieſme par le premier, & le quatrieſme par le ſecond.

PROBLEME I.

Deuiner le nombre que quelcun aura penſé.

PRemierement fais tripler le nombre pẽſé, & par apres prendre la moitié du produit, s'il ſe peut faire ſans fraction, & s'il ne ſe peut faire autrement fais y adiouſter 1. puis prendre la moitié de tout; laquelle moitié fais derechef tripler, & demande combien de fois il y à 9 en ce dernier triple. Lors pour chaſque 9, pren 2, & tu deuineras le nombre penſé. Prends garde ſeulement que s'il a fallu adiouſter 1. pour prendre la moitié, il te faut auſſi adiouſter 1. au nombre que tu trouueras prenant 2 pour chaſque 9. Par exemple quelqu'vn ait ſongé 6; qu'il le triple uiendra 18; qu'il en prenne la moitié, il aura 9; qu'il le triple, viendra 27. Ou 9 eſt contenu 3. fois, parquoy tu prendras 3 fois 2, à ſçauoir 6 pour

pour le nombre penſé. Or qu'on ait penſé 5, en le triplant viendra 15. à qui il faut adiouſter 1. pour en prendre la moitié, & au lieu de 15. on aura 16, dont la moitié eſt 8, qui triple derechef, fait 24. Ou 9 eſt contenu 2 fois; parquoy prenant 2 fois 2, tu auras 4. auquel ſi tu adiouſtes 1. à cauſe de l'vn qu'il a fallu adiouſter pour prendre la moitié, tu trouueras 5. le nombre penſé.

DEMONSTRATION.

Il faut neceſſairement que le nombre penſé ſoit pair, ou impair, ou que ce ſoit l'vnité. Poſons premierement qu'on eut ſonge 1. alors triplant 1. viendra 3. à qui il faut adiouter 1. ſelõ la regle donnee, & viendra 4. dont la moitié eſt 2, qui triplé derechef fait 6. Parquoy ſi tu demandes combiẽ de fois il y a 9 au dernier triple, on reſpondra qu'il n'y eſt point. Dont il s'enſuit qu'õ ne peut auoir penſé qu'vn, à cauſe de l'vnité adiouſtee pour faire la partitiõ. Parquoy en ce cas la reigle eſt bonne & infallible.

D 36.	A 8.	B 24.
4 $\frac{1}{2}$.	1.	C 12.
9.	2.	3.

SEcondement ſoit A. le nombre penſé, nombre pair; lequel triplé faſſe B. qui ſera Pair par la 28. du 9. partant la moitié de B. ſoit C. qui triplé derechef, produiſe D. Alors puiſque multipliant A par 3; & diuiſant le produit B. par 2. le quotient eſt C. il faut par le premier Theoreme qu'il y ait telle proportion de A à C; que de 2 à 3. & conuertiſſant de C à A; que de 3 à 2.

Parquoy

Parquoy C contient A vne fois & demi. Donc ſi l'on multiplie C par 3, d'où ſe produit D, c'eſt autant que ſi l'on multiplie par 3. le nombre A pris vne fois & demi. C'eſt donc autant que ſi l'on multiplie A par $4\frac{1}{2}$. (car 3 fois $1\frac{1}{2}$. fait $4\frac{1}{2}$) Parquoy le nombre D ſe fait multipliant A par $4\frac{1}{2}$ & partant par la definition de la multiplication, il y a telle proportion de $4\frac{1}{2}$ à D. que de 1. à A. Dõcques ſi de ces quatre nombres proportionaux, on double le premier, & le troiſieſme, d'où ſe produiſent 9, & 2; l'on conclurra par le 2. Theoreme qu'il y a telle proportion de 9 à D, que de 2. à A. Parquoy autant de fois que 2 eſt contenu au nombre pair A; autant de fois preciſément 9 eſt contenu en D. dont il appert de la verité de la regle.

D 36.	A 8.	B 24.
$4\frac{1}{2}$.	1.	C 12.
9.	2.	3.

Finalement le nombre penſé A. ſoit impair, dont le triple B ſera auſſi impair par la 29. du 9. donc adiouſtant 1. à B. ſoit fait C, dont la moitié ſoit D, dont le triple ſoit E. Ie prens G nombre pair moindre que A de 1. & ſon triple ſoit H. dont la moitié ſoit K, dont le triple ſoit L. Or il appert puiſque A ſurpaſſe G de 1. que B ſurpaſſe H de 3 (à ſçauoir du triple de 1) & par conſequẽt C ſurpaſſe H de 4. Dõcques D ſurpaſſe K de 2 (à ſçauoir de la moitié de 4) Parquoy E ſurpaſſe L de 6.

B 21.	
G 6.	A 7.
H 18.	C 22.
K 9.	D 11.
L 27.	E 33.

L du 6 (à sçauoir du triple de 2) partant ayant esté demonstré en la premiere partie que L contient 9 autant de fois precisément, que G. contient 2. Il est euident que E. contient 9 autant de fois aussi, & non pas dauantage, car il ne surpasse L que de 6. Parquoy prenant autant de fois 2 que 9 se treuue de fois en E, nous aurons le nombre G, auquel adiouſtant 1. comme veut la reigle, nous aurons A. le nombre pensé. Doncques nous auons entierement & parfaittement monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

PROBLEME II.

Faire le mesme d'vne autre sorte.

FAis tripler le nombre pensé, puis prendre la moitié du produit, ou si le nombre est impair adiouſter 1, puis prendre la moitié. Fais tripler derechef ceſte moitié, puis prendre la moitié de ce triple, ou adiouſter 1. comme auparauant si le nombre est impair, à fin de le pouuoir partir en deux. Lors demande combien de fois il y a 9 en la derniere moitié, & pour chaſque 9 prens 4. remarquant que si la diuiſion ne se peut faire la premiere fois sans adiouſter 1, il te conuient aussi retenir 1; & si la diuiſion ne se peut faire la ſeconde fois, il te conuient retenir 2. Parquoy si toutes deux les fois la diuiſiõ ne se peut faire, il te faut retenir 3. Par exemple si l'on auoit pensé 7. le faisant tripler, viendra 21. auquel il

faut adiouſter 1. pour prendre la moitié qui eſt 11,dont le triple eſt 33,auquel auſſi adiouſtant 1, & prenant la moitié, vient 17. Auquel 9 eſt contenu vne fois ſeulement. Parquoy tu prendras vne fois 4. auquel tu adiouſteras 3. à cauſe que la diuiſion ne s'eſt peu parfaire ni la premiere ny la ſeconde fois,& tu auras 7.le nombre penſé.

On peut auſſi faire ainſi le probleme. Fais adiouſter au nombre penſé la moitié du meſme nombre, & à ceſte ſomme fais adiouſter derechef la moitié de la meſme ſomme. Puis demande combien de fois il y a 9,& prens 4.pour chaſque 9 comme deuant;mais auſſi prens garde que ſi le nombre penſé n'a point d'entiere moitié, il faut faire adiouſter 1, & prendre la moitie de ce nombre,& l'adiouſter au nombre penſé. Que ſi le meſme aduient la ſeconde fois, il faut auſſi faire le meſme,& pour la premiere fois retenir 1, pour la ſeconde 2,pour toutes deux enſemble 3.comme auparauant. Par exemple ſi l'on auoit penſé 10. luy adiouſtant ſa moitié vient 15, auquel faut adiouſter 1.pour auoir la moitié 8,qui adiouſtee à 15.fait 23. Auquel 9 eſt cõtenu deux fois. Parquoy prenant deux fois 4,tu auras 8,auquel adiouſtant 2 à cauſe que la ſeconde fois il a fallu adiouſter 1. pour prendre la moitié, tu auras 10. le nombre penſé.

Quelques vns encore prattiquent autrement ce probleme. Car ils font adiouſter au nombre penſé ſa moitié, ou bien (s'il eſt impair) ſa plus grande moitié. (Car dautant que tout nombre impair

impair se peut diuiser en deux nombres, dõt l'vn surpasse l'autre de l'vnité, ils appellent le plus grand, la plus grande moitié du nombre impair) & semblablement à ceste somme ils font adiouster sa moitié ou sa plus grande moitié, puis demandent combien de fois il y a 9. & pour chasque 9. prennent 4. mais ils demandent encore si apres auoir osté tous les 9 de la derniere somme, on en peut oster encore 8, & si cela est, ils retiénent 3. Que si 8 ne s'en peut oster, ils demandens si l'on en peut oster 5. & pour cela retiennent 2. Que si 5. ne s'en peut oster, ils en font oster 4. & pour cela retiennent 1.

DEMONSTRATION.

E 18.	A 8.	B 24.
2 1/4.	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

IE demonstre la premiere façon de parfaire ce probleme, car les autres deux sont fondés sur les mesmes principes. Il est certain par le 13. Theor. que tout nombre plus grand que 3 est pairement pair, ou surpasse quelque pairement pair de 1. ou de 2. ou de 3. Soit donc premierement le nombre pensé A plus grand que 3. & pairement pair qui triplé face B qui sera pairement pair aussi par le 10. Theor. donques C. la moitié de B. sera nombre pair par le 4. Theor. parquoy triplant C. le produit D sera nombre pair par la 28. du 9. Soit donc sa moitié E. Or nous auons demonstré au precedent probleme que le nombre D. contient A quatre fois

& demi. Parquoy il s'ensuit que E la moitié de D contient le mesme A deux fois & quart (car $2\frac{1}{4}$ est la moitié de $4\frac{1}{2}$) partant multipliant A par $2\frac{1}{4}$ proviendroit E. Doncques il y a mesme proportion de $2\frac{1}{4}$ à E que de 1. à A. Partant multipliant par 4 tant $2\frac{1}{4}$ que 1. d'où se produisent 9 & 4. il y aura telle proportion de 9 à E que de 4. à A. par le 2. Theor. Or est-il que 4 mesure A par le 6. Theor. Doncques 9 mesure aussi E, & autant de fois que 9 est contenu en E, autant de fois 4 est contenu au nombre pensé A. Donc il appert que de ce costé la regle est infallible & bonne.

E 18.	A 8.	B 24.
$2\frac{1}{4}$	1.	C 12.
9.	4.	D 36.

Secondement soit A le nombre pensé surpassant de 1. le nombre G pairement pair, & triplant A soit fait B. qui sera impair par la 29. du 9. parquoy adiouſtant 1. à B comme veut la regle, soit fait C & le triple de G soit K. Il est certain (comme nous auons demõstré en la derniere partie de la demonstration du precedent probleme) que C. surpasse K de 4. Parquoy K estant pairement pair par le 10. Theoreme, il faut aussi que C soit pairement pair, par le 6. Theor. dautant qu'il est mesuré par le quaternaire: soit donc D la moitié de C. qui sera nombre pair par le 4. Theor. Parquoy E le triple de D sera aussi

B 27.	
G 8.	A 9.
K 24.	C 28.
L 12.	D 14.
M 36.	E 42.
N 18.	F 21.

pair

pair par la 18. du 9. On en pourra donc prendre la moitié F. Ie prens aussi L. la moitié de K, puis M. le triple de L, puis N. la moitié de M. Or puisque, comme il a esté dit, C surpasse K de 4. il faut aduouër que D. surpasse L de 2. (à sçauoir de la moitié de 4.) doncques E surpasse M. de 6. (à sçaudir du triple de 2) doncques E ne surpasse N. que de 3. (à sçauoir de la moitié de 6) Partant ayant esté demonstré cy deuant que N. contient 9. autant de fois precisement, que G. pairement pair contient 4. Il est euident que F contiendra aussi 9. autant de fois, & non plus (pource que il ne surpasse N que de 3.) Parquoy prenant 4. pour chasque 9 contenu en F, nous viendrons trouuer le nombre G, auquel adioustant 1. comme veut la regle nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
M 36.	D 45.
N 18.	E 46.
	F 23.

Troisiesmement soit A. le nombre pensé surpassant de 1. le nombre G. pairement pair. Doncques A. est pairement impair seulement par le 7. Theor. Soit donc B. son triple, qui sera aussi pairement impair seulement par le 11. Theor. Parquoy C. sa moitié sera nombre impair par le 5. Theor. Doncques D le triple de C sera aussi impair par la 29. du 9. Parquoy adioustant 1 à D. soit fait E dont la moitié soit F. Lors comme auparauant ie prens K le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M. dont la moitié soit N. Or puisque A. surpasse G de 1, il appert que B. sur-

passe K de 6 (à sçauoir du triple de 2. Parquoy C surpasse L de 3 (à sçauoir de la moitié de 6.) Partant D surpasse M de 9 (à sçauoir du triple de 3) & par consequent E surpasse M de 10.

G 8.	A 10.
K 24.	B 30.
L 12.	C 15.
	D 45.
M 36.	E 46.
N 18.	F 23.

Parquoy F. ne surpasse N. que de 5. (à sçauoir de la moitié de 10) doncques ie conclus comme auparauant que F contient 9 autant de fois que N. & non plus (à cause que N. contient 9 quelquesfois precisément, & F ne surpasse N que de 5.) Partant prenant 4. pour chasque 9. contenu en F nous trouuerons le nombre G. auquel adiouſtant 2. comme deuant la reglé, nous deuinerons le nombre pensé A. Ce qu'il falloit faire.

Quatriémement soit A le nombre pensé surpassant de 3. le nombre G. pairement pair Et soit K le triple de G, dont la moitié soit L. dont le triple soit M, dont la moitié soit N, & soit aussi B. le triple de A; qui sera impair par la 29 du 9.

G 8.	A 11.
	B 33.
K 24.	C 34.
L 12.	D 17.
	E 51.
M 36.	F 52.
N 18.	H 26.

parquoy luy adiouſtant 1. soit fait C. Or il appert puis que A. surpasse G de 3; que B. surpasse K de 9, à sçauoir du triple de 3.) parquoy C. surpasse le mesme K de 10. Doncques K estant pairement pair par le 10. Theor. luy adiouſtant 10 nombre

paire

pairement impair ſeulement, le compoſé à ſçauoir C. ſera pairement impair ſeulement par le 9. Theor. Soit donc ſa moitié D nombre impair par le 5. Theoreme; qui ſurpaſſera L de 5. (à ſçauoir de la moitié de 10) & ſoit E le triple de D, qui eſtant impair par la 29. du 9. il luy faut adiouſter 1; & ſoit fait F, dont la moitié ſoit H. Puiſque donc, comme nous auõs preuué, D ſurpaſſe L. de 5. il s'enſuit que E ſurpaſſe M de 15. (à ſçauoir du triple de 5.) & par conſequent F. ſurpaſſe le meſme M de 16.) Parquoy H ne ſurpaſſe N. que de 8, (à ſçauoir de la moitié de 16.) Doncques ie cõclurray comme auparauant que H ne contient pas 9. plus de fois que fait le nõbre N. Parquoy prenant 4. pour chaſque 9 contenu en H, on trouuera le nombre G, auquel adiouſtant 3, comme veut la regle, on deuinera le nombre penſé A. Cé qu'il falloit faire.

Finalement ſoit le nombre penſé moindre que 4, comme 1, ou 2, ou 3. & premierement ſoit 1. dont le triple eſt 3, à qui adiouſtant 1, viẽt 4, dont la moitié eſt 2: qui triplé fait 6. dont la moitié eſt 3. Où 9 n'eſt point contenu de fois. Parquoy prenant 1. ſeulement pour l'vnité adiouſtee à la premiere diuiſion, tu deuineras qu'on à penſé 1.

Secondement le nombre penſé ſoit 2. dont le triple eſt 6, dont la moitié eſt 3; qui triplé fait 9, auquel adiouſtant 1. vient 10. dont la moitié eſt 5. où 9 n'eſt point auſſi contenu. Parquoy tu prendras ſeulement 2. pour l'vnité adiouſtee à la ſeconde diuiſion.

Troiſieſmement le nombre penſé ſoit 3; dont

le triple 9, auquel adiouſtant 1, vient 10, dont la moitié eſt 5, dont le triple eſt 15, auquel adiouſtant 1. vient 16. dont la moitié eſt 8. Qui ſemblablement ne contient point 9. Mais tu prendras 3. à cauſe de l'vnité adiouſtee tant à la premiere qu'à la ſeconde diuiſion, & ainſi deuineras le nombre penſé. Doncques nous auons parfaittement monſtré à deuiner tout nombre penſé. Ce qu'il falloit faire.

Maintenant il eſt aiſé de mõſtrer que les deux autres façons de faire ce ieu reuiennent à ceſte cy, & ont les meſmes fondemens. Car quant à la ſeconde nous auons ja monſtré cy deſſus que tripler vn nombre, & prendre la moitié du produit, c'eſt autant que multiplier ledit nombre par $1\frac{1}{2}$, donc c'eſt autant que luy adiouſter ſa moitié. Parquoy ſi à ceſte ſomme nous adiouſtons derechef ſa moitié, c'eſt autãt que ſi nous la multiplions auſſi par $1\frac{1}{2}$. Doncques c'eſt autant que ſi nous multiplions le nombre penſé par $2\frac{1}{4}$, d'autant que $1\frac{1}{2}$ par $1\frac{1}{2}$ fait $2\frac{1}{4}$. De cecy tu peux aiſement recueillir la demonſtratiõ entiere de ceſte façon de faire, appliquant toutes les parties de la demonſtration donnee à icelle, ce que i'obmets par briefueté.

Quant à la troiſieſme façon, elle ne differe quaſi point de la ſeconde: Car il eſt euident que la plus grande moitié d'vn nombre impair, n'eſt autre que la moitié du nombre pair prochain, plus grand d'vn que ledit impair. & quand à ce qu'à la fin on demande apres qu'on a oſté tous

les

les 9. s'il reſte 8, ou 5. ou 3. La cauſe de cecy appert aſſez par la ſeconde, troiſieſme, & quatrieſme partie de la preſente demonſtration.

ADVERTISSEMENT.

Quiconque comprendra parfaictement la demonſtration de ces deux problemes, il luy ſera facile de forger des regles nouuelles pour deuiner le nombre penſé à l'imitation des precedentes. Car par exemples fai tripler le nombre penſé, puis prendre la moitié du produit, puis multiplier ladicte moitié par 5. & prendre encor la moitié du produit; tu deuineras le nombre penſé, ſi tu demandes combien de fois il y a 15. en la derniere moitié, & ſi pour chaſque 15. tu prens 4. Obſeruant comme cy deſſus, qu'il faut retenir 1. ou 2. ou 3. ſelon que la diuiſion ne ſe peut parfaire la premiere, ou la ſeconde fois, ou toutes les deux enſemble. La cauſe de cecy eſt, que multiplier vn nombre par 3. & partir le produit par 2. c'eſt autant que multiplier ledit nombre par $1\frac{1}{2}$. & multiplier vn nombre par 5. & partir le produit par 2. c'eſt autant que multiplier le meſme nombre par $2\frac{1}{2}$. (ces nombres ſe treuuent en diuiſant le multiplicateur par le diuiſeur, car diuiſant 3. par 2. vient $1\frac{1}{2}$. & diuiſant 5. par 2. vient $2\frac{1}{2}$.) doncques faire ces deux multiplications, & ces deux diuiſions, c'eſt autant que multiplier le nombre penſé par $3\frac{1}{4}$. dautant que $1\frac{1}{2}$. par $2\frac{1}{2}$. fait $3\frac{1}{4}$. Ie te laiſſe appliquer tout le reſte de la demonſtration (qui eſt choſe bien aiſee, attendu

que $3\frac{1}{4}$ multiplié par 4. fait 15. & tu trouueras que si le nombre pensé surpasse d'vn quelque nombre pairement pair, outre les 15. contenus en la derniere moitié, il y aura encore 5, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, à la fin il restera 8, & si le nombre pensé passe de 3 quelque pairement pair, il restera 13 à la fin. Parquoy si tu veux imiter la seconde, ou troisiesme façon de parfaire ce probleme; Tu feras adiouster au nombre pensé sa moitié ou sa plus grande moitié (cela est autant que le multiplier par $1\frac{1}{2}$) puis à ceste somme tu feras adiouster vn nõbre esgal à elle mesme, & encore de plus la moitié, ou plus grande moitié de la mesme somme (cela est autant que la multiplier par $2\frac{1}{2}$) puis tu demanderas combien de fois il y a 15. & pour chasque 15. tu prendras 4, retenant aussi 1. ou 2. ou 3. selon que la diuision ne se pourra parfaire la premiere, ou la seconde fois, ou toutes deux ensemble. Ou bien apres auoir fait oster tous les 15. de la derniere somme, tu demanderas s'il reste encor 13, ou 8, ou 5, & retiendras pour cela ou 3, ou 2, ou 1.

Ceste mesme regle se pourroit aucunement changer si la premiere fois on faisoit multiplier le nombre pensé par 5, puis partir par 2, puis multiplier par 3, & derechef partir par 2. Car tout cela seroit bien autant que multiplier le nombre pensé par $3\frac{1}{4}$ comme auparauãt, & partant pour chasque 15 il faudroit aussi prendre 4. Mais il y auroit de la difference en cela, que si le nombre pensé passoit d'vn quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire sans fraction ny la premiere, ny la seconde fois, & si le nombre pensé passoit de 3. quelque pairement pair, la partition ne se pourroit faire

la

la premiere fois seulement. Partant en tel cas il faut changer la regle, & si la partition ne se peut faire la premiere fois, seulement retenir 3. si elle ne se peut faire la seconde fois, seulement retenir 2; si elle ne se peut faire toutes deux les fois, retenir 1. Il est vray qu'imitant la troisiesme façon de parfaire ce probleme, il n'y a pas tant de diuersité. Car si le nombre pensé passe d'vn quelque pairement pair, à la fin tous les 15. ostez il restera 5. comme auparauant, & si le nombre pensé passe de 2. quelque pairement pair, il restera aussi 8, mais si le nombre pensé passe de 3. quelque pairement pair il restera 12. non pas 13. La cause de tout cecy n'est pas malaisee à trouuer, i'en laisse la recherche au curieux lecteur, qui suiuant le chemin que ie luy ay tracé, & se fondant sur les mesmes principes & theoremes en pourra venir facilement à bout.

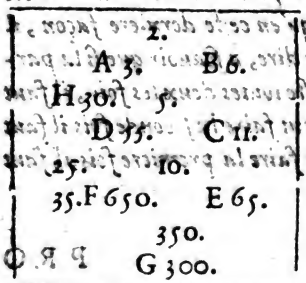
On pourroit aussi faire multiplier par 5, puis partir par 2, & derechef multiplier par 5. & partir par 2. & demander combien de fois il y a 25, & pour chasque 25. retenir 4. & ainsi en plusieurs autres manieres. Prens garde seulement qu'en ceste derniere façon, il aduient ce que ie viens de dire, à sçauoir que si la partition ne se peut faire iuste toutes deux les fois, il faut retenir 1. si elle ne se peut faire la seconde fois il faut retenir 2; si elle ne se peut faire la premiere fois, il faut retenir 3.

PROBLEME III.

Faire le mesme encor diuersement.

FAis doubler le nombre pensé, & à ce double fais adiouster 5, puis multiplier le tout par 5. puis y adiouster 10, & multiplier le tout par 10. Lors t'enquerant quel est ce dernier produit, & en ostant d'iceluy 350, du reste, le nombre des centaines, sera le nombre pensé. Par exemple qu'on ait pensé 3, son double est 6, auquel adioustant 5, vient 11, qui multiplié par 5, fait 55, auquel adioustant 10, prouient 65, qui multiplié par 10, produit 650, duquel si tu ostes 350, restera 300, où tu vois clairement que le nombre des centaines, à sçauoir 3, est le nombre pensé.

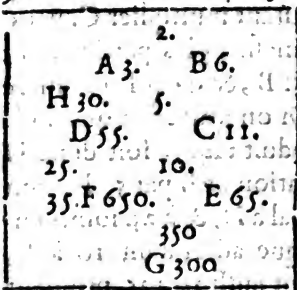
DEMONSTRATION.



SOit A le nombre pensé, qui doublé faisse B, auquel adioustant 5. vienne C. qui multiplié par 5. produise D, auquel adioustant 10. se faisse E qui multiplié par 10. produise F dont ostant 350, soit le reste G. Ie dis que prenant autant d'vnitez qu'il y a de centaines en G on deuinera le nombre pensé A. Car puisque C. est composé de

de B. & de 5. Ce ſera autant multiplier C. par 5. que multiplier par le meſme 5 les parties dont C. eſt compoſé, à ſçauoir B, & 5. par la premiere du ſecond d'Euclide. Or on ſçait aſſez que multipliant 5 par 5, le produit eſt 25. ſoit donc H produit de la multiplication de B par 5. Partant il s'enſuit que D eſt eſgal à H, & à 25. ioints enſemble. Parquoy puiſque adiouſtant 10 à D, prouient E, & adiouſtant auſſi 10 à 25, prouient 35. Il eſt certain que H & 35 enſemble ſont eſgaux à E. Doncques c'eſt autant multiplier E par 10, que multiplier H & 35. par le meſme 10. par la 1. du ſecond. Partant F eſt eſgal à ce qui ſe fait multipliant H. par 10, ioint à ce qui ſe fait multipliant 35 par 10. Or multipliant 35 par 10 prouient 350. Doncques F contient 350 & le produit de la multiplication de H par 10. Parquoy puiſque oſtant 350 de F le reſte eſt G, il faut dire neceſſairement que G eſt le produit de la multiplication de H par 10. Cela ſuppoſé prenons les trois nombres 2. A 5. Il eſt certain par le 3. Theor. qu'en quelle façon, & par quel ordre que nous les multipliõs enſeble, le produit ſera touſiours le meſme. Or multipliant A par 2, & le produit B par 5, nous faiſons H. Doncques le meſme H ſe fera ſi lon multiplie 2 par 5, & le produit 10 par A. Puis donc que A multiplié par 10 fait H; conſiderons maintenant les trois nombres 10. A. 10. par le meſme 3. Theor. il s'enſuit que nous aurons le meſme nombre multipliant A par 10, & le produit H par 10. que nous aurions multipliant 10 par 10, & le produit 100. par A.

Or



Or nous auons preuué que multipliant H par 10 le produit eſt G. Doncques le meſme G ſe produira multipliãt A par 100. Parquoy G contient 100 autãt de fois que A contient l'vnité. Doncques la regle eſt bonne.

ADVERTISSEMENT.

Si tu conſideres bien les fondemens de ceſte demonſtration qui ne ſont autres que la premiere du ſecond appliquee aux nombres, & noſtre 3. Theoreme, tu comprendras aiſement le moyen de diuerſifier la practique de ce probleme en cent mille façons : car premierement ſi tu veux touſiours que le nombre des centaines exprime le nombre penſé, & que les multiplicatiõs ſe faſſent par 2, par 5, & par 10. comme auparauant, mais ſeulement que le nombre qui ſe ſoubſtrait de la derniere ſomme, à ſçauoir 350, ſoit changé. Prens garde que 350 eſt prouenu du 5. qu'on a adiouſté du commencement, lequel multiplié par 5, a fait 25, auquel adiouſtant 10, eſt prouenu 35, qui finalement multiplié par 10, a produit 350. Doncques ſi tu veux changer 350, change les nombres que tu fais adiouſter, par exemple au lieu de 5. fais adiouſter 4, & 12. au lieu de 10. ou bien tels autres nombres qu'il te plaira, & lors pour ſçauoir quel nombre il faudra ſoubſtraire, multiplie le premier 4. par 5, viendra 20, auquel adiouſte 12, viendra 32, qui

multiplié

multiplié par 10 ; ſera 320, le nombre qu'il conuiendra ſoubſtraire de la derniere ſomme: & ainſi ſi tu changes encore les 4 & 12, tu changeras auſſi le 320. Parquoy deſia par ce moyen le probleme ſe peut parfaire en infinies ſortes differentes.

Secondement voulant encor que le nombre des centeines monſtre le nombre penſé, tu peux toutesfois changer les multiplicateurs. Car nous auons conclu que le nombre G, ſe fait multipliant le nombre penſé A, par 100, pource que les trois multiplicateurs 2. 5. & 10. dõt nous nous ſommes ſeruis, multipliez enſemble font 100. d'autant que 2 fois 5 font 10, & 10 fois 10, font 100. Doncques pourueu que tu prennes pour multiplicateurs des nombres qui multipliez enſemble faſſent 100, il n'importe quels ils ſoyent. Parquoy premierement tu te peux ſeruir des meſmes 2. 5. & 10. en changeant l'ordre ſeulement comme faiſant en premier lieu multiplier par 5. puis par 10, puis par 2, ou bien premierement par 10, puis par 2. & en fin par 5. ou autrement.

En apres tu peux prendre d'autres nombres qui faſſent le meſme effect comme 5. 4. 5. ou bien 2. 25. 2. ſeulement prens garde qu'en tous ces changemens le nombre qu'il faut ſoubſtraire à la fin change auſſi, ſelon la diuerſité des multiplicateurs, & des nombres qu'on fait adiouſter. Par exemple prenons 5. 4. 5. pour multiplicateurs, & pour nombres à adiouſter 6. & 9. & ſoit le nombre penſé 8. Qu'on le multiplie par 5, viendra 40, auquel adiouſtant 6, viendra 46: qui multiplié par 4, ſera 184, auquel adiouſtant 9 viendra 193, qui multiplié par 5, donnera 965. Or pour ſçauoir quel nombre il faut ſoubſtraire de 965 conſidere qu'apres auoir adiouſté le premier nombre 6, on a multiplié par 4, puis on

a adiouſté

a adiousté 9, & multiplié par 5. Doncques multiplie 6 par 4, viẽdra 24 adiouste 9, viendra 33 qui multiplié par 5. donne 165. le nombre qu'il faut soubstraire. Aussi de 965, ostant 165 il reste 800, ou le nombre des centeines est le nombre pensé.

Troisiesmement tu peux prendre tout autre nombre que 100, & faire qu'il soit contenu au restant de la soubstraction autant de fois qu'il y aura d'vnitez au nombre pensé: & pour ce faire il ne faut que choisir pour multiplicateurs des nombres qui multipliez ensemble facent le nombre que tu veux. Comme si tu veux prendre 24, choisis pour multiplicateurs. 2. 3. 4. ou bien 2. 6. 2. Mais sçaches aussi treuuer le nombre qu'il te faudra soubstraire à la fin, ainsi que ie t'ay enseigné cy dessus. Par exemple prenons pour multiplicateurs 2. 3. 4. & pour nombres à adiouster 7. & 8. & soit le nombre pensé 5; qui doublé fera 10, à qui adioustant 7, viẽt 17. qui multiplié par 3. fait 51, à qui adioustant 8, prouient 59, qui multiplié par 4. fait 236. Or pour sçauoir quel nombre il faut soubstraire, multiplie 7 par 3. vient 21, adiouste 8, vient 29, qui multiplié par 4, donne 116. Doncques de 236. oste 116. restera 120, ou tu vois que 24 est contenu 5. fois, & par là tu inges que le nombre pensé estoit 5. Tu peux aussi ne prendre que deux multiplicateurs, & n'adiouster qu'vn nombre, comme si tu voulois que le nombre des dizaines exprimat le nõbre pensé, prens 2 & 5. pour multiplicateurs, & 6. pour nombre à adiouster; & soit par exemple le nombre pensé 7, qui doublé fera 14; auquel adioustant 6. viendra 20. qui multiplié par 5. produira 100. dont il faut oster 30 (d'autant que 6 fois 5 font 30) & le reste 70 contient 7. dizaines, autant qu'il y a d'vnitez au

nombre

nombre penſé. Semblablement on pourroit prendre quatre, cinq, ou ſix, ou pluſieurs multiplicateurs; & adiouſter dauantage de nombres, comme ie laiſſe conſiderer au prudent lecteur.

Finalement on peut diuerſifier la pratique de ce probleme vſant de ſoubſtraction au lieu d'addition, & par conſequent à la fin vſant d'addition au lieu de ſoubſtraction. Comme ſi tu te veux ſeruir des nombres donnez au premier exemple, ſoit 12 le nombre penſé, fais-le doubler, viendra 24, dont fais oſter 5, reſtera 19, qui multiplié par 5. fera 95. dont fais oſter 10. reſtera 85. qui multiplié par 10. produira 850. Mais maintenant il faut adiouſter 350 à 850 au lieu de le ſoubſtraire, & la ſomme ſera 1200 ou le nombre des Centeines exprime le nombre penſé 12. La demonſtration de cecy eſt facile, ſuppoſé ce que nous auons demonſtré, & n'eſt point beſoin de s'y arreſter dauantage.

PROBLEME IV.

Deuiner encor le nombre penſé d'vne autre ſorte.

CEſte façon ſemble plus ingenieuſe que les autres, bien que la demonſtration en ſoit plus aiſee. Fay multiplier le nombre penſé par quel nombre que tu voudras, puis diuiſer le produit par quel autre que tu voudras, puis multiplier le quotient par quelque autre, & derechef multiplier, ou diuiſer par vn autre, & ainſi tant que tu voudras. Voire meſme s'il te plait remets celà à la volonté de celuy qui aura ſongé le nõ-

bre, pourueu qu'il te dise tousiours par quels nombres il multiplie,& par quels il diuise. Mais pour deuiner le nombre pensé, prens en mesme temps quelque nombre à plaisir,& fais à lentour d'iceluy secrettement toutes les mesmes multiplications &diuisions,& lors qu'il te plaira d'arrester dis à celuy, qui a songé le nombre, qu'il diuise le dernier nombre qui luy reste, par le nombre pensé; Toy semblablement diuise ton dernier nombre par le premier que tu auras pris, & sois asseuré que le quotient de ta diuisiõ sera le mesme que le quotient de la sienne. Parquoy fais adiouster à ce quotient le nombre pẽsé & demande qu'il te declare ceste somme,alors ostant d'icelle le quotient connu, tu sçauras infalliblement que le reste c'est le nombre pensé. Par exemple soit le nombre pensé 5. fai-le multiplier par 4, viendra 20. fai-le diuiser par 2. viẽdra 10;fai-le multiplier par 6. viendra 60, fai-le diuiser par 4,viendra 15,& ainsi fai multiplier & diuiser tant qu'il te plaira,mais en mesme temps choisis quelque nombre, & fais alentour d'iceluy toutes les mesmes operations. Par exemple prens 4. qui multiplié par 4, fait 16,qui diuisé par 2,fait 8,qui multiplié par 6, fait 48,qui diuisé par 4,donne 12. Lors si tu te veux arrester là, dis à celuy qui a songé le nombre qu'il diuise son dernier nombre à sçauoir 15. par le nombre pensé 5. le quotient sera 3. & tu vois bien aussi que tu auras le mesme quotient si tu diuises ton dernier nombre 12 par le premier que tu auois pris qui est 4. Parquoy desormaintenant tu peux faire

faire vn aſſez plaiſant ieu deuinant le quotient de ceſte derniere diuiſion, choſe qui ſemblera bien admirable à ceux qui en ignoreront la cauſe. Que ſi tu veux auoir le nombre penſé, ſans faire ſemblant de ſçauoir ce dernier quotient, fais adiouſter ledit nombre penſé, audit dernier quotient, & demande la ſomme de ceſte addition, qui eſt 8 en l'exemple donné, d'où ſi tu ſoubſtrais le quotient connu à ſçauoir 3, te reſtera infalliblement le nombre penſé 5.

DEMONSTRATION.

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 15.	R 4.	L 9.
	M 3.	

SOit A le nombre penſé, qui multiplié par N, faſſe B. qui diuiſé par P; dõne C. qui multiplié par Q. produiſe D. qui diuiſé par R. faſſe E. & prens d'vn autre coſté le nombre F. qui multiplié auſſi par N. faſſe G. qui diuiſé par P. donne H. qui multiplié par Q produiſe K. qui diuiſé par R. faſſe L. Alors diuiſant E par le nõbre penſé A. ſoit le quotient M. Ie dis que le meſme quotient M. prouiendra diuiſant L par F. Car puiſque le meſme N. multipliant les deux A. F. produit B. & G. il y a telle proportion de B à G. que de A. à F. & parce que le meſme P. diuiſant les deux B. G. produit C, & H. il y a meſme proportion de C à H; que de B. à G; & par conſequent la meſme que de A. à F. ſemblable-

ment par mesme raison il y a mesme proportion de D à K, que de C à H, & par consequent la mesme que de A à F. & finalement il y a mesme proportion de E à L. que de D à K, c'est à sçauoir que de A. à F. Doncques par la proportion alterne, il y a telle proportion de E à A, que de L à F. Parquoy diuisant E par A, & L par F, il prouiendra le mesme quotient par le 14. Theor. Celà preuué le reste de la regle est euident. Car cognoissant le quotient M, si tu y fais adiouster le nombre pẽsé A; il est certain que de la somme ostant le quotient M. cognu, le reste sera A. Doncques nous auons bien monstré à deuiner le nombre pensé. Ce qu'il falloit faire.

A 5.		F 3.
B 20.	N 4.	G 12.
C 10.	P 2.	H 6.
D 60.	Q 6.	K 36.
E 25.	R 4.	L 9.
	M 3.	

ADVERTISSEMENT.

On peut changer infiniment la practique de ce probleme, d'autant qu'on peut faire multiplier & diuiser par diuers nombres quels que l'on veut, & n'importe que l'on fasse multiplier, puis diuiser alternatiuement, ou que l'on fasse multiplier deux ou trois fois de suitte, puis diuiser semblablemẽt. L'on peut aussi ayant cognu le dernier quotient vser de soubstraction, au lieu d'addition, si le nombre pensé se treuue moindre qu'iceluy quotient. Comme en l'exemple donné en la demonstration si l'on se fut arresté apres auoir multiplié par 6.

le

le dernier nombre, d'vn coſté eut eſté 60, de l'autre 36. Parquoy faiſant diuiſer 60. par le nombre pensé 5. le quotient eſt 12; qui te viendra pareillement diuiſant 36. par le nombre 3. pris du commencement. Partant ſi du quotient 12, tu fais ſoubſtraire le nombre pensé, demandant combien il reſte, on te reſpondra qu'il reſte 7. Donc il eſt certain que ſi tu ſoubſtrais 7. du quotient cognu 12, le reſte 5, eſt le nombre pensé. L'on peut auſſi à ce dernier quotient cognu faire adiouſter, ou ſoubſtraire d'iceluy non tout le nombre pensé, mais quelque partie d'iceluy, comme la moitié, le tiers, le quart, ou quelque autre. Car cognoiſſant la partie d'vn nombre, il n'eſt pas malaisé de cognoiſtre tout le nombre.

PROBLEME V.

Faire encor le meſme d'vne autre façon.

CEſte façon eſt la plus difficile à prattiquer de toutes, & la demonſtration en eſt aſſez cachee. Prens deux, ou trois, ou pluſieurs nombres premiers entre eux, de telle ſorte que chacun d'iceux ſoit premier à chaſcun des autres, comme ſont ces trois 3. 4. 5. & cherche le moindre nombre qui eſt meſuré par iceux, qui en l'exemple donné eſt 60. Lors dis à celuy qui doit penſer le nombre qu'il en penſe quelcun qui ne paſſe point 60, & mets peine de treuuer vn nõbre qui eſtant meſuré par 3. & 4, ſurpaſſe d'vn quelque multiple de 5. quel eſt 36. ſemblablement treuue vn nombre qui eſtant meſuré par 3 & 5; ſurpaſſe d'vn quelque multiple de 4, quel

eſt 45. finalement cherche vn nombre qui eſtant meſuré par 4 & 5 ſurpaſſe d'vn quelque multiple de 3, quel eſt 40. Ayant ces trois nombres, fais oſter 3 tant de fois qu'on pourra du nombre penſé, & qu'on te diſe ce qui reſte, & pour autant d'vnitez qu'il reſtera prens autant de fois 40. Semblablement fais oſter 4. tant qu'on pourra du nombre penſé, & demandant le reſte, pour chaſque vnité reſtante retien 45. finalement fais auſſi oſter tous les 5. du nombre penſé, & pour chaſque vnité qui reſtera retien 36. Puis adiouſte enſemble tous les nombres que tu as retenu, & ſi la ſomme eſt moindre que 60, elle ſera eſgale au nombre penſé; mais ſi elle paſſe 60. oſtant d'icelle 60 tant de fois que tu pourras, le reſte ſera le nombre penſé.

Par exemple qu'on ait ſongé 19, en oſtãt tous les 3. d'iceluy reſte 1. pour lequel tu retiendras vne fois 40. en oſtant tous les 4, reſte 3 parquoy tu retiendras 3 fois 45, à ſçauoir 135. en oſtant tous les 5, reſte 4: parquoy tu retiendras 4. fois 36. à ſçauoir 144. Or adiouſte enſemble 40. 135. & 144, la ſomme ſera 319; d'où ſi tu oſtes 60 tant de fois qu'on le peut oſter, il reſtera 19. le nombre penſé. Que ſi oſtant tous les 3, tous les 4, & tous les 5, il ne reſtoit iamais rien; le nombre penſé ſeroit infalliblement 60.

ADVERTISSEMENT.

Ceſte façon de deuiner le nombre penſé a eſté touchee par Forcadel en ſes annotations ſur l'Arithmetique

tique de Gemme Friſe; & par Guillaume Goſſelin en la premiere partie de ſa traduction de l'Arithmetique de Nicolas Tartaglia, & en ces lieux l'vn & l'autre ſe vantẽt d'en donner la demonſtratiõ, bien que ny l'vn ny l'autre n'en approche pas, comme ie feray clairement apparoiſtre.

Quant à Forcadel il appert aſſez qu'il n'a point compris la cauſe vniuerſelle de ce probleme. Car il ne parle que de deux nombres premiers entre eux, & encore veut-il que l'vn ſurpaſſe l'autre de l'vnité. Et ce qui eſt le pis il ne demonſtre pas bien ceſte particuliere façon de faire. Or eſt-il qu'on peut prendre deux, trois, quatre, ou pluſieurs nombres premiers entre eux, de la façon que nous auons dit, & parfaire touſiours le probleme; & quand on n'en prendroit que deux, il n'eſt point neceſſaire que l'vn ſurpaſſe l'autre de l'vnité ſeulement. Car prenons par exemple 5. & 9. Alors on pourra penſer quelque nombre qui ne ſurpaſſe point 45. (d'autant que 45. eſt le moindre nombre meſuré par 5 & 9) & pour chaſque vnité reſtante apres qu'on aura oſté tous les 5. ie retiendray autant de fois 36. (car 36 eſt meſuré par 9. & ſurpaſſe de l'vnité vn multiple de 5.) ſemblablement pour chaſque vnité reſtante apres auoir oſté tous les 9. ie retiendray 10. (car 10. eſt meſuré par 5. & ſurpaſſe 9. de l'vnité) ſoit donc, par exemple, le nombre penſé 21. en oſtant d'iceluy tous les 5, reſte 1. Parquoy ie retien 36. En oſtant tous les 9, reſte 3, Parquoy ie retien 3 fois 10, à ſçauoir 30. Puis i'adiouſte 36 & 30, dont la ſomme eſt 66, d'ou i'oſte 45 & reſte 21. le nombre penſé.

Quant à Goſſelin il a bien propoſé la façon de ce probleme plus generalement, mais il n'a fait que ſemblant

blant de le vouloir demonſtrer, car en effect il ne demonſtre rien, & pour donner vne entiere & parfaitte demonſtration de cecy il faut.

Premierement enſeigner demonſtratiuement la maniere de treuuer tant de nombres que l'on voudra premiers, entre eux en la façon que i'ay declaré, à ſçauoir que chaſcun d'iceux ſoit premier, à chaſcun des autres, & donner quelque raiſon pourquoy il eſt neceſſaire qu'ils ſoyent tels.

Secondement il faut auſſi enſeigner demonſtratiuement la façon de treuuer vn nombre, qui eſtant meſuré par quelques nombres premiers entre eux, ainſi que i'ay expoſé, ſurpaſſe d'vne vnité ſeulement vn autre nombre premier à chaſcun d'iceux, ou quelque multiple d'iceluy, car cecy eſt le fondement de toute la regle.

Finalement il reſte encor à preuuer que ioignant enſemble les nombres pris ſelon les vnitez reſtantes, comme enſeigne la reigle, la ſomme d'iceux doit eſtre eſgale au nombre penſé, ou bien eſtant d'icelle ſomme le moindre nombre meſuré par tous les nombres premiers entre eux choiſis du commencement, le reſte eſt le nombre penſé. Doncques Goſſelin n'ayant ſatisfaict à pas vn de ces trois points, il ne ſe peut vanter auec raiſon d'auoir demonſtré ce Probleme.

Or bien que ie ne vueille donner icy l'entiere demonſtration d'iceluy, d'autant que pour ce faire il me faudroit ſuppoſer beaucoup de choſes que ie demonſtre en mes elemens Arithmetiques; toutesfois pour contenter aucunement le Lecteur, ie luy rendray raiſon de ce que ie pourray, ſans ſuppoſer autre choſe que ce que i'ay proteſté au commencement de vouloir ſuppoſer. Pour le reſte ie le ſupplieray d'attendre auec patience

tience que mon Liure des elemens Arithmetiques ſoit preſt à voir la lumiere, ce qui ſera bien toſt Dieu aydant.

Pour le premier point il eſt aysé d'y ſatisfaire. Car premierement pour auoir deux nombres premiers entre eux, on peut en prendre deux differens de l'vnité, car ſi tels nombres auoyent quelque commune meſure autre que l'vnité, on preuueroit que quelque nombre meſurant le plus grand, & meſurant le moindre oſté du plus grand, meſureroit auſſi l'vnité reſtante, ce qui eſt impoſſible. En apres ſi l'on ioinct enſemble deux nombres premiers entre eux, leur ſomme ſera nombre premier à chaſcun d'iceux par la 30. du 7. Parquoy voilà vn moyen certain d'en auoir trois tels que nous deſirons. De plus pour en auoir tant que l'on voudra, il ne faut que prendre autant de nombres qui ſoyent premiers de leur nature, tels qu'Euclide les definit en la 12. definition du 7. Et qu'on en puiſſe treuuer tant que l'on deſirera, le meſme Autheur le demonſtre en la 20. du 9.

Maintenant qu'il ſoit neceſſaire que les nombres que nous choiſiſſons pour faire oſter du nombre penſé, ſoyent premiers entre eux, de telle ſorte, que chaſcun d'iceux ſoit premier à chaſcun des autres, ie le demonſtre en ceſte façon. Qu'on ait choiſi les trois. A.B.C. & que quelqu vn vueille dire que les deux A.C. peuuent eſtre communiquans ou compoſez entre eux. Ie dis que cela ſuppoſé, le probleme ne ſe peut parfaire en la façon cy deſſus expoſée; car on ne pourra iamais treuuer vn nombre, qui meſuré par les deux A.B. ſurpaſſe d'vne vnité ſeule le reſtant C. ou quelque ſiẽ mul-

tiple, ny vn qui mesuré par les deux B, C, surpasse d'vne vnité le restant A. ou l'on multiplie, ce qui toutesfois seroit necessaire comme il appert. Que si les deux A. C, sont composez entre eux, soit le nombre D. leur commune mesure, & qu'on donne s'il est possible le nombre E G, mesuré par les deux A. B. & surpassant de l'vnité F G. le nombre E F, esgal à C, ou son multiple. Alors puisque A. mesure E G, le nombre D, mesurant A, mesurera aussi le mesme E G. & puisque C. mesure E F. le nombre D. mesurant C, mesurera aussi le mesme E F. Parquoy le mesme D, mesurant tout E G, & le nombre osté E F. mesurera encor l'vnité restante F G. Ce qui est impossible. La mesme absurdité s'ensuiura, si l'on pense donner vn nombre mesuré par B C, qui surpasse A ou son multiple de l'vnité. Doncques nostre intention est suffisamment preuuée.

Pour le second point, ie ne le puis icy demonstrer pour la cause cy dessus alleguée. Mais ie l'ay dés-ja demõstré parfaittement en mes elemens Arithmetiques par vn probleme qui dit ainsi [Estant donnez plusieurs nombres premiers entre eux, de telle sorte que chascun d'iceux soit premier à chascun des autres, treuuer vn nombre, qui mesuré par eux tous, vn excepté, surpasse d'vne vnité seule, celuy qui est excepté, ou quelque sien multiple] Par consequent pour le troisiesme point dependãt entierement du second, ie remets aussi le Lecteur à mon Liure des Elemens, à la fin duquel ie luy feray voir derechef ce petit ouurage, enrichy peut-estre de quelque nouuelleté, dont ie manieray entre cy & là, & accom-

pli

pli de tout ce qui maintenant luy peut defaillir.

Cependant pour faciliter la practique de ce Probleme, ſoient propoſez les trois nombres 3. 4. 5 : & qu'il en faille trouuer vn meſuré par 4. & 5. & ſurpaſſant 3, ou quelque ſie multiple de l'vnité; Prens premierement le moindre meſuré par 4. & 5; qui eſt celuy qui ſe fait, les multipliant l'vn par l'autre, aſçauoir 20; par la premiere partie de la demonſtration de la 36. du 7. Et s'il ne ſatisfait à ce que tu veux, il te le conuient doubler tripler, quadrupler, & touſiours ainſi multiplier, iuſques à ce que tu ayes rencontré celuy que tu deſires, comme en l'exemple donné, le double de 20; aſçauoir 40. eſt le nombre que tu cherches; car il eſt meſuré par 4; & par 5; & ſurpaſſe d'vn 39, multiple de 3. ſemblablement ſi tu veux vn nombre meſuré par 3. & 5. qui ſurpaſſe d'vne vnité vn multiple de 4. Pren le moindre meſuré par 3. & 5. qui eſt 15. & puis qu'il ne ſatisfaict pas à ce qu'on deſire, pren ſon double qui eſt 30. Lequel n'eſtant pas encore à propos, pren le triple, aſçauoir 45. qui eſt le nombre que tu cherches. De meſme pour auoir vn nombre meſuré par 3 & 4; qui ſurpaſſe de l'vnité vn multiple de 5. pren le moindre meſuré par 3; & 4; à ſçauoir 12, qui n'eſtant pas tel que tu veux, ny moins ſon double 24, tu prendras ſon triple 36; qui fait l'effet que tu deſires. Or ayant vne fois trouué ces nombres, tu pourras, ſi tu veux, en trouuer infinis autres de meſme; car il ne faut qu'adiouſter aux nombres ja trouuez le moindre qui eſt meſuré par tous les nombres premiers que tu as choiſi, comme ſi à 40. 45. 36. tu adiouſtes 60; tu auras trois autres nombres faiſans le meſme effect, aſçauoir 100; 105; 96. Auſquels ſi tu adiouſtes encor 60. tu en auras trois autres, &

ainſi

ainſi tant que tu voudras. Et bien qu'il n'importe deſquels tu te ſerues, quant à la certaineté de la regle, toutesfois il importe beaucoup quand à la facilité; car ſi tu choiſis les moindres, la practique en ſera bien plus aiſée.

Reſte à dire quelque choſe du nombre que l'on preſcrit pour borne à celuy qui ſonge le nombre, à fin qu'il n'en penſe point vn plus grand, qui eſt le meſme nombre qu'on ſoubſtrait à la fin de la ſomme des nombres retenus. Or ce nombre là eſt le moindre qui eſt meſuré par tous les nombres premiers choiſis, quel eſt 60. en l'exemple donné. Et ſi l'on auoit choiſi 2. 3. 5: Ce nombre là ſeroit 30. Et ſi l'on auoit choiſi 3. 5. 7: ce nombre là ſeroit 105. Maintenant pour trouuer le moindre nombre meſuré par tant de nombres qu'on voudra, Euclide en a donné regle generale en la 38. du 7. Car ce qu'il demonſtre des trois nombres donnez, ſe peut eſtendre à toute multitude de nombres. Toutesfois eſtant propoſez des nombres tels que nous auons declaré, aſçauoir premiers entre eux d'vne telle ſorte, que chaſcun d'eux ſoit premier à chaſcun des autres, on peut donner pour ce ſubiect vne regle particuliere bien aiſée, qui eſt tirée de laditte 38. du 7. y appliquant la premiere partie de la demonſtration de la 36. Car il ne faut que multiplier enſemble les nombres dõnez. Comme ſi c'eſtoyent 3, 4, 5, multipliant 3, par 4, vient 12, qui multiplie par 5, fait 60. Ainſi ſi les nombres propoſez eſtoyent 3, 5, 7, multipliant 3, par 5, vient 15, qui multiplie par 7, faict 105.

Voilà ce que ie puis dire pour le preſent alentour de ce Probleme, qui eſt certes treſ-beau & treſ-ſubtil, & qu'en bref ie feray voir Dieu aydant, parfaitement demonſtré

menſtré. I'aduertis ſeulement le Lecteur, qu'il ſe peut parfaire tout de meſme ſi l'on faiſoit oſter, quatre, cinq, ſix, ou pluſieurs nombres premiers entre eux en la maniere exposée, & pour le faire toucher au doigt, i'en veux donner vn exemple en quatre nombres. Ioint les quatres nombres choiſis. 2.3.5.7. Alors le nombre auquel il ne faudra pas penſer vn plus grand ſera 210: qui eſt celuy qui le fait multipliant enſemble tous les quatre nombres choiſis; & pour chaſque vnité qui reſtera oſtant tous les 2, il faudra retenir 105. Pour chaſque vnité reſtante: oſtant tous les 3, il faudra retenir 70. Pour chaſque vnité reſtante oſtant tous les 5, il faudra retenir 126. & pour chaſque vnité reſtante, tous les 7. oſtez, il faudra retenir 120. Puis adiouſtãt enſemble les nombres retenus, leur ſomme ſera eſgale au nombre pensé, ſinon qu'elle ſurpaſſe 210. Car alors il faudra oſter 210. d'icelle ſomme tant de fois qu'on pourra, & le reſte ſera le nombre pensé.

PROBLEME VI.

Deuiner pluſieurs nombres que quelqu'vn aura pensé.

QVelqu'vn ait ſongé pluſieurs nombres, & premierement que la multitude d'iceux ſoit vn nombre impair, c'eſt à ſçauoir qu'il en ait ſongé trois ou cinq ou ſept &c. Dis luy qu'il te declare la ſomme du premier & du ſecond ioints enſemble, puis la ſomme du ſecond & du troiſieſ

troisiesme, puis celle du troisiesme & quatriesme, puis celle du quatriesme & cinquiesme, & ainsi tousiours la somme des deux prochains, & finalement la somme du dernier & du premier. Alors prenant toutes ces sommes en mesme ordre qu'elles t'auront esté données, adiouste ensemble toutes celles qui se treuueront ez lieux impairs, asçauoir la premiere, troisiesme, cinquiesme &. semblablemẽt adiouste ensẽble, toutes celles qui se treuuerõt és lieux pairs asçauoir la secõde, quatriesme, sixiesme &. & soustray la somme de celles cy, de la somme de celles là, le reste sera le double du premier nombre pensé. Comme s'il auoit songé 2.3.4.5.6. Toutes les sommes des deux prochains, auec celle du dernier & premier seroyent 5.7.9.11.8. Desquelles si tu prens celles qui sont és lieux impairs asçauoir 5.9.8. leur somme sera 22. & si tu prens celles qui sont és lieux pairs à sçauoir 7. & 11, leur somme sera 18, qui ostée de 22. reste 4, dont la moitié 2, est le premier nombre pensé. Or vn des nombres pensez estant treuué, tu auras aisément tous les autres, d'autant que tu connois les sommes qu'ils font estants pris deux à deux; Que si la multitude des nombres pensez est vn nombre pair, fay toy comme au parauant declarer la somme d'iceux pris deux à deux, mais à la fin ne demande pas la somme du dernier & du premier, ains celle du dernier & du second; en apres adiouste ensemble toutes les sommes des lieux impairs, excepté la premiere, & d'autre costé adiouste ensemble toutes les sommes des

lieux

lieux pairs, & de la ſomme de celles cy, ſouſtray la ſomme de celles là, le reſte ſera le double du ſecond nombre pensé. Comme ſi l'on auoit péſé ces ſix nombres 2.3.4.5.6.7. Les ſommes d'iceux pris deux à deux, auec la ſomme du dernier & ſecond, ſeroyent 5.7.9.11.13.10. Mais celles des lieux impairs excepté la premiere ſont 9 & 13 qui iointes enſemble font 22. Celles des lieux pairs ſont 7.11.10. qui enſemble font 28, d'où ſi tu ſouſtrais 22, le reſte 6. ſera le double du ſecond nombre pensé, aſçauoir de 3.

DEMONSTRATION.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

SOyent les nombres penſez A.B.C.D.E. dont la multitude eſt nombre impair, & la ſomme du premier & ſecond ſoit F, celle du ſecond & troiſieſme ſoit G; celle du troiſieſme & quatrieſme ſoit H; celle du quatrieſme & cinquieſme ſoit K, & celle du cinquieſme & premier ſoit L. Maintenant conſiderons celles qui ſont és lieux pairs, à ſçauoir G. & K. Il eſt euident que G contiẽt vne partie de F (à ſçauoir B) & vne partie de H (à ſçauoir C) ſemblablement K contient vne partie de H (à ſçauoir D) & vne partie de L. (à ſçauoir E) donques G.K. enſemble cõtienent tout ce qui eſt contenu en H, & de plus partie des ſommes. F. L. premiere & derniere. Tout de meſme s'il y auoit d'auantage de ſommes

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 8.

mes,nous preuuerions touſiours que celles des lieux pairs contienent precisément tout ce qui eſt contenu en celles des lieux impairs interpoſées,& de plus partie des extremes. Or il appert qu'il reſte en F,le nõbre A,qui n'eſt point contenu en G.& qu'il reſte en L;le meſme A; qui n'eſt point contenu K. Parquoy les ſommes F. H. L; ſurpaſſent iuſtement les ſommes G, K. du nombre A. pris deux fois.Ce qu'il falloit preuuer.

A 2.	B 3.	C 4.	D 5.	E 6.	M 7.
F 5.	G 7.	H 9.	K 11.	L 13.	N 10.

Soient maintenant les nombres penſez A.B.C. D.E.M. dont la multitude eſt nombre pair, & la ſomme du premier & ſecond ſoit F. celle du ſecond & troiſieſme, ſoit G, celle du troiſieſme & quatrieſme, ſoit H; celle du quatrieſme & cinquieſme ſoit K, celle du cinquieſme & ſixieſme, ſoit L. & finalement celle du ſixieſme & ſecond ſoit N. Il eſt certain,ſi nous ſeparons le nombre A, des nombres B.C.D.E.M.que des reſtans, la multitude ſera nombre impair, & ſi nous oſtons auſſi la ſomme F, d'auec les autres, les reſtantes aſçauoir G.H.K L. N. ſeront iuſtement les ſommes des nombres B.C.D.E.M. pris comme cy deſſus. Parquoy par ce qui a eſté deſ-ja demonſtré les ſommes G. K. N. enſemble, ſurpaſſeront les ſommes H. L, du double du nombre B. Ce qu'il falloit preuuer.

Il

Il appert donc que ceste façon de faire reuiẽt à la premiere, en s'imaginant que le premier des nombres pensez, soit osté, & ostant semblablement la premiere somme. On ne laisse pourtant de deuiner ledit premier nombre, d'autant que cognoissant le second B; si on ne le soubstrait de la somme F, le reste sera necessairemẽt le premier nombre A, & de la mesme sorte on treuue tous les autres, car ostant B cognu de la somme G, le reste est C; & ostant C. de la somme H, il reste D, & ainsi des autres. Parquoy nous auons suffisamment enseigné à deuiner tous les nombres pensez. Ce qu'il falloit faire.

ADVERTISSEMENT.

CEste façon de parfaire ce probleme auec sa demonstration, ie la tiens du R. Pere Iean Chastelier de la Compagnie de Iesus, homme certes tresexpert en toute sorte de Science.

Il est bien vray qu'on pourroit faire le mesme en plusieurs autres façons. Premierement par la regle de deux fausses positions, ou par l'Algebre comme ie laisse iuger à ceux qui sont capables d'en faire experience.

Secondement en vne autre sorte tres-facile, qui est telle. Ioints ensemble toutes les sommes donnees, & prens la moitié de cela, ce sera la somme de tous les nombres pensez, si la multitude d'iceux est nombre impair. Que si la multitude des nombres pensez est nombre pair, laisse la premiere somme, & ioints ensemble toutes

Digitized by Google

les autres,& prens la moitié de cela;Ce sera aussi la somme de tous les nombres pensez excepté le premier. Or sçachant la somme de tous les nombres pensez il est aisé de les deuiner tous. Car soyent les nombres pensez tels que cy deuant 2. 3. 4. 5. 6. les sommes seront aussi 5.7.9. 11.8, lesquelles iointes ensemble font 40, dont la moitié 20,est la somme iuste de tous les nombres pensez, ce qui est euident,car és sommes 5. 7.9.11.8; il appert que chascun des nombres pẽsez est contenu deux fois. Partant si tu veux deuiner le premier nombre, puisque tu scais que le second & troisiesme font 7.& que le quatriesme & cinquiesme font 11, ostant 7. & 11 (à sçauoir 18)de la somme de tous(à sçauoir de 20) il faut necessairement que le reste 2, soit le premier nombre:& de la mesme façon tu trouueras tous les autres; ou bien te seruant de celuy que tu auras ainsi treuué, tu trouueras les autres par son moyen comme auparauant. Que si la multitude des nombres est nombre pair,tu vseras de semblable artifice laissant la premiere somme, & la cause en est euidente par la demonstration donnee.

Troisiesmement on peut proceder à la solution de ce probleme d'vne façon bien differente, qui est telle; si quelcũ a pensé trois nombres, fais-toy declarer la somme d'iceux pris deux à deux,comme il a esté dit. Mais s'il en a pensé quatre,fais toy manifester la somme d'iceux pris trois à trois, en tant de façons qu'on les y peut prendre,& s'il en a pensé cinq, fais-les ioindre

quatre

quatre à quatre, s'il en a penſé ſix, fais-les ioindre cinq à cinq & ainſi des autres. Alors pour deuiner les nombres penſez tien ceſte regle generale. Adiouſte enſemble toutes les ſommes qui te ſeront manifeſtees, & diuiſe la ſomme d'icelles par vn nombre moindre d'vne vnité que celuy qui exprime la multitude des nombres penſez. Le quotient ſera la ſomme iuſte des nóbres penſez, laquelle eſtant cognue, c'eſt choſe trop aiſee de treuuer tous leſdits nombres l'vn apres l'autre. Par exemple qu'on ait ſongé ces quatre nombres 3. 5. 6. 8. La ſomme du premier, ſecond & troiſieſme, fait 14.

La ſomme du ſecond, troiſieſme, quatrieſme fait 19. La ſomme du troiſieſme, quatrieſme, premier fait 17. La ſomme du quatrieſme, premier & ſecond fait 16. Ioints enſemble toutes ces ſommes, tu auras 66, lequel ſi tu diuiſes par 3 (qui eſt vn moins que 4. exprimant la multitude des nombres penſez) tu auras 22, qui eſt la ſomme iuſte des nombres penſez. Parquoy ſi tu oſtes de 22. les ſommes 14. 19. 17. 16. l'vne apres l'autre, tu trouueras tous les nombres penſez l'vn apres l'autre.

Ceſte regle a eſté touchee par pluſieurs, mais elle eſt particulierement bien expliquee par Xilandre ſur la 16. propoſition du premier liure de Diophante. La demonſtration en eſt bien facile, car trois nombres ſe peuuent ioindre deux à deux en trois façons, mais chaſcun d'iceux ne ſera pris que deux fois, d'autant qu'on en laiſſe touſiours vn. Et quatre nombres ſe peuuent

Digitized by Google

ioindre trois à trois en quatre façons, mais chacun d'iceux ne ſera pris que trois fois pour la meſme raiſon. Ainſi cinq nombres ſe peuuent accoupler quatre à quatre en cinq ſortes, mais chaſcun d'iceux ne ſera pris que quatre fois, & ainſi des autres. Dont on peut facilement comprendre la cauſe de ceſte regle.

Quant à ce qu'en la façon inuentee par le P. Chaſtelier (ce qui ſe doibt auſſi entendre de la premiere & ſeconde dont i'ay parlé en cet aduertiſſement) ſi la multitude des nombres penſez eſt nombre pair, il faut ioindre le dernier auec le ſecond, non pas auec le premier, qui en voudroit ſçauoir la raiſon. Ie dis que cela eſt expediẽt, pource que qui ioindroit le dernier auec le premier, le probleme pourroit receuoir pluſieurs ſolutions, voire infinies ſi l'on admet les fractions, parquoy l'on ne pourroit pas certainement deuiner les nombres penſez, puiſque pluſieurs autres ioints de meſme façon pourroyent faire les meſmes ſommes. Par exemple quand on auroit penſé 3. 5. 6. 8. ſi l'on prend la ſomme du premier & ſecond, qui eſt 8; celle du ſecond & troiſieſme, qui eſt 11. celle du troiſieſme & quatrieſme, qui eſt 14. & celle du quatrieſme & premier, qui eſt 11. L'on ne ſçauroit par là deuiner certainement les nombres penſez, car ſoit que l'on choiſiſſe ces quatre 1. 7. 4. 10. ou bien ces autres 2. 6. 5. 9. ou encor ces autres 4. 4. 7. 7. & encor pluſieurs autres, voire infinis admettant les fractions, on trouuera touſiours les meſmes ſommes en les prenant deux à deux.

Et en

Et en effect, ſi tu te penſes ſeruir en ce cas de la regle donnee, tu la trouueras du tout inutile, car toutes les ſommes des lieux impairs iointes enſemble, feront le meſme nombre que les ſommes des lieux pairs, comme en l'exemple donné 8 & 14 font le meſme, que 11. & 11. à ſçauoir 22. Que ſi tu veux recourir à la regle de faux, où tu ſoudras la queſtion du premier abord, poſant quelcun des nombres infinis qui la peuuent ſoudre, ou autrement tu n'en viendras iamais à bout. Quant à la ſeconde regle que i'ay donné en cet aduertiſſement, tu trouueras auſſi qu'elle ne s'y peut appliquer.

Mais certes il n'y a rien qui deſcouure mieux le ſecret, que l'operation de l'Algebre, car apres auoir diſcouru parfaittement à l'entour du probleme propoſé, & pourſuiuy toutes les parties d'iceluy, venant à l'equation, tu ne trouueras iamais qu'vn meſme nombre eſgal à ſoy-meſme, comme en l'exemple donné tu trouueras 11. eſgal à 11. Qui eſt vn ſigne infallible que la queſtion reçoit infinies ſolutions, comme a treſbien remarqué Pierre Nugnez au 6. chapitre de la premiere partie de ſon Algebre, & qu'alors elle eſt ſolue infiniment comme parle Diophante. Or pour dire ce qui ſe peut à l'entour de toutes ſemblables queſtions, il ſe faudroit ſeruir d'vne mienne inuention, par laquelle i'enſeigne le moyen en tel cas de treuuer vn nombre au deſſus, ou bien au deſſoubs duquel, tout nombre pris pour valeur de la racine, peut ſoudre la queſtion propoſee, ou vrayemẽt quelquesfois treu-

uer deux nombres, entre leſquels tout autre eſtant pris pour valeur de la racine, on ſatisfait à la queſtion. Comme en l'exemple propoſé, on peut mettre pour le premier nombre penſé tout nombre moindre que 8, & ſi l'on auoit propoſé vne telle queſtion. Treuuer ſix nombres que la ſomme du premier & ſecond ſoit 14; celle du ſecond & troiſieſme, ſoit 9; celle du troiſieſme & quatrieſme, ſoit 2; celle du quatrieſme & cinquieſme, ſoit 8. celle du cinquieſme & ſixieſme, ſoit 10. & celle du ſixieſme & premier ſoit 9. Ie preuueray par mõ inuention, que ceſte queſtiõ n'a qu'vne ſolution en nombres entiers, leſquels ſont 6. 8. 1. 1. 7. 3. Mais ſi l'on admet les fractiõs elle en a infinies; Car tout nombre qu'on mette pour le premier, qui ſoit plus grand que 5, & & moindre que 7, la ſolution ſera tres-bonne. Or eſt-il eſt euident que par le moyen des fractions, entre 5. & 7; on peut prendre infinis nombres, mais il n'y a que 6. d'entier.

Pour contenter aucunement le lecteur ſtudieux, i'expliqueray briefuement ceſte mienne inuention à la fin de ce liure, aux ſubtilitez des nombres qui ſuiuront les problemes, remettant le traicté parfait & entier de ceſte matiere, à mes commentaires ſur Diophante, eſquels outre cela, ie me fay fort, Dieu aydant, d'expliquer parfaittement ce diuin Autheur, donnant raiſon & entiere demonſtration de toutes ſes operations, & corrigeant le texte en pluſieurs endroits miſerablement depraué.

PRO

Digitized by Google

PROBLEME VII.

Deuiner vn nombre que quelcun aura en l'imagination ſans luy rien demander.

FAis penſer vn nombre à quelcun, & dis luy qu'il le multiplie par quel nombre que tu voudras, & au produit fais adiouſter vn certain nombre, tel qu'il te plaira, & fais auſſi diuiſer ceſte ſomme par quel nombre qu'il te viendra en fantaſie. Alors diuiſe auſſi à part toy le nombre par qui tu as fait multiplier, par celuy par qui tu as fait diuiſer, & autant d'vnitez, ou parties d'vnité qu'il y aura en ce quotient, autant de fois fais oſter le nombre penſé du quotient qui eſt prouenu à celuy qui a ſongé le nombre, puis tu deuineras aiſément ce qui luy reſte, ſans luy rien demander. Car ce reſte ſera touſiours le quotient qui prouient diuiſant le nombre que tu as fait adiouſter apres la multiplication, par celuy qui a ſerui de diuiſeur. Par exemple quelcun ait penſé 6. fais le multiplier par 4, viendra 24, à cela fais adiouſter 15, la ſomme ſera 39, fais-la diuiſer par 3, le quotient ſera 13. Or diuiſant le multiplicateur 4, par le diuiſeur 3, il te prouient $1\frac{1}{3}$ Doncques fais oſter du quotient 13. le nombre penſé vne fois, & encor le tiers d'iceluy à ſçauoir 6, & encor 2, qui ſont 8. reſtera 5. qui eſt le nombre qui te prouiendra diuiſant le nombre adiouſté 15. par le diuiſeur 3. ſemblablement s'il

auoit ſongé 8. fais-le multiplier par 6, viendra 48, fais y adiouſter 12, viendra 60. fais-le diuiſer par 4, viendra 15. & pource que diuiſant le multiplicateur par le diuiſeur prouient 1 ½. fais oſter de 15. vne fois & demy le nombre penſé, à ſçauoir 8 & 4 qui ſont 12. Tu deuineras que le reſte eſt 3. qui prouient diuiſant le nombre adiouſté 12. par le diuiſeur 4.

DEMONSTRATION.

A 6.	B 24.	E 8.
H 4.	C 15.	F 5.
K 3.	D 39.	G 13.
	L 1 ½.	

SOit A. le nombre penſé, qui multiplié par H faſſe B, auquel adiouſtant C. prouienne D. & diuiſant D. par K. ſoit le quotient G. & ſemblablement diuiſant les nombres B & C, par le meſme K; ſoyent les quotiens E. F. & diuiſant encor H, par K. ſoit le quotient L. Or puiſque B. & C. enſemble ſont eſgaux à D, il eſt certain que les quotiens E F. enſemble ſont eſgaux au quotient G. & puiſque A multiplié par H. produit B; qui diuiſé par *K*, donne le quotient E; il y a telle proportion de A à E. que de *K* à H. par le 1. Theor. Parquoy par l'Aduertiſſement du 14. Theor il ſe produira le meſme quotient, ſoit qu'on diuiſe E par A, ſoit qu'on diuiſe H. par *K*, mais diuiſant H par *K*, le quotient eſt L. par la conſtruction, doncques le meſme L. prouiendra diuiſant E par A. & par conſequent multipliant A par L, le produit ſera E. Partant puiſque la regle donnee ordonne que

du

Digitized by Google

du quotient G. on faſſe oſter A autant de fois, & autant de parties d'iceluy, qu'il ſe retreuue en L d'vnitez, & de parties d'vnité, il eſt euident que cela eſt tout le meſme que faire oſter du meſme G. le nombre E. Or nous auons monſtré que E & F enſemble ſont eſgaux à G. Donques oſtant E de G. le reſte ſera F, qui te ſera infalliblement cogneu, d'autant que C. eſt le nombre certain que tu as fait adiouſter apres la multiplication, qui diuisé par K, donne le quotient F. Parquoy la regle eſt bonne & ſuffiſamment demonſtrée.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu couſtumierement ſe prattique par pluſieurs d'vne facon trop particuliere. Car ils font touſiours doubler le nombre penſé, puis adiouſter à cela vn nombre pair tel qu'ils veulent, puis partir ceſte ſomme par 2. & du quotient font oſter le nombre penſé vne fois, & finalement deuinent que le reſte c'eſt la moitié du nombre pair qu'ils ont fait adiouſter. Mais la regle generale que i'ay donné eſt beaucoup plus belle, & plus ſubtile, & ce probleme ainſi prattiqué bien qu'il ſoit aiſé à celuy qui eſt expert à bien manier les nombres, ſemble neantmoins admirable aux autres, & l'artifice d'iceluy ne peut eſtre facilement deſcouuert, encor eſt-il euident que la façon commune ſus alleguée reuient à la mienne, & n'eſt que comme vn eſchantillon d'icelle. (Car puis que le multiplicateur & le diuiſeur n'eſt que le meſme 2. diuiſant l'vn par l'autre, il prouient 1. dont il appert que du dernier quotient il ne faut faire oſter qu'vne fois

Digitized by Google

le nombre penſé, & le reſte ſera infalliblement la moitié du nombre adiouſté, à cauſe que le diuiſeur eſt 2.

Que ſi l'on m'obiecte qu'on ne peut aiſément practiquer ce probleme ſi generablement que i'ay monſtré, ſi l'on n'eſt bien verſé en l'Arithmetique, à cauſe que le plus ſouuent il y interuient des fractions, dont tout le monde ne ſe ſçait pas bien eſcrimer. Ie reſpons premierement que ie n'eſcris pas principalement pour ceux qui ſont du tout ignorans comme i'ay deſ-ja proteſté, & qui ſont ſi hebetez & tardifs à comprendre les proprietez des nombres, qu'ils font trouuer Pithagore vn effronté menteur, diſant que l'ame de l'homme n'eſt rien qu'vne nombreuſe harmonie. En apres ie dis qu'on peut practiquer ce ieu en infinies façons, ſans toutesfois tomber en fractions, & pour aider les plus foibles s'en veux donner les moyens.

Prens pour multiplicateur quel nombre que tu voudras, pourueu que tu prenes pour diuiſeur, ou le meſme nombre, ou vn autre qui le meſure, & que le nombre que tu fais adiouſter, ſoit auſſi meſuré par le meſme diuiſeur. Comme ſi l'on auoit ſongé 7. fais le multiplier par 5. viendra 35. Et d'autant que 5. n'a point de nombre qui le meſure ſinon luy meſme, tu és contraint de prendre auſſi 5. pour diuiſeur, & par conſequent de faire adiouſter vn nombre meſuré par 5. comme 10. qui adiouſte à 35. ſera 45. qui diuiſé par 5. donne 9. duquel ſi tu fais oſter vne fois le nombre penſé (pource que le multiplicateur diuiſé par le diuiſeur donne 1.) le reſte ſera 2. qui prouient auſſi diuiſant 10. par 5. Que ſi tu prens pour multiplicateur le nombre 6. tu pourras prẽdre pour diuiſeur ou le meſme 6. ou 3. ou 2. Par exemple ſoit 7. le nombre penſé comme auparauant, fais le

multiplier

multiplier par 6. viendra 42. & ſi tu veux choiſir pour diuiſeur 3. fais adiouſter vn nombre qui ait tiers comme 15. viendra 57. qui diuiſé par 3. donne 19. duquel fais oſter deux fois le nombre penſé (à cauſe que le multiplicateur 6. diuiſé par le diuiſeur 3. donne 2.) reſtera 5. qui prouient auſſi diuiſant 15. par 3.

En outre ſi tu ne te veux point aſſubiectir à prendre pour multiplicateur vn nombre qui ſoit meſuré par le diuiſeur, tu te peux exempter de cette peine en ceſte ſorte. Choiſis premierement en toy meſme quel diuiſeur que tu voudras, & commande à celuy qui ſonge le nombre d'en penſer vn qui ſoit meſuré par ton diuiſeur jà preueu, cõme ſi tu veux faire diuiſer par 3. dis luy qu'il ſonge quelque nombre qui ait tiers, & ſi tu te propoſes de faire diuiſer par 4. dis luy qu'il ſonge quelque nombre qui ait quart & ainſi des autres. Car alors il n'importera par quel nombre tu faſſes multiplier, pourueu que tu faſſes touſiours adiouſter vn nombre, qui ſoit meſuré par ton diuiſeur. La cauſe de tout cecy ie la laiſſe chercher au curieux Lecteur, elle eſt bien aiſée à treuuer, & ne depend que du 10. 11. & 12. Axiome du 7. d'Euclide.

PROBLEME VIII.

Deux nombres eſtant propoſez, l'vn pair & l'autre impair, deuiner de deux perſonnes lequel d'iceux chaſcune aura choiſi.

SOyent par exemple Pierre & Iean auſquels tu ayes propoſé deux nombres l'vn pair & l'autre

l'autre impair comme 10. & 9. & que chaſcun d'eux choiſiſſe vn de ces nombres à t'on inſçeu. Lors pour deuiner lequel chaſcun aura choiſi. Prens auſſi deux nombres l'vn pair,& l'autre impair,comme 2.& 3. & fay multiplier celuy que Pierre aura choiſi, par 2. & celuy que Iean aura choiſi,ar 3.Apres fay ioindre enſemble les deux produicts,& que la ſomme te ſoit manifeſtée,ou bié demande ſeulement ſi ceſte ſomme eſt nõbre pair ou impair, ou par quelque moyen plus ſecret taſche de le deſcouurir,cõme leur commandant d'en prendre la moitié. Car ſçachant cela tu viendras aiſément à bout de t'on attẽte, d'autant que ſi laditte ſomme eſt nombre pair, infalliblement le nombre que tu as faict multiplier par ton impair (aſçauoir par 3) c'eſtoit le nombre pair (aſçauoir 10) Que ſi ladicte ſomme eſt nombre impair,le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (aſçauoir par 3) eſtoit infalliblement le nombre impair(aſçauoir 9)Comme ſi Pierre auoit choiſi 10. & Iean 9. fay multiplier par 2.celuy de Pierre,& par 3. celuy de Ieã, les produits ſeront 20. & 27. dont la ſomme eſt 47. nombre impair, dont tu coniectures que celuy que tu as faict multiplier par 3.c'eſt le nombre impair, & partant, que Iean auoit choiſi 9. & Pierre 10. Que ſi tu fais multiplier par 2. celuy de Iean, & celuy de Pierre par 3. Les deux produicts ſeront 18. & 30. dont la ſomme eſt 48.nombre pair, dont tu recueillis que celuy qui a eſté multiplié par 3. c'eſt le nombre pair, & partant que Pierre a choiſi 10. Iean 9.

DEMONS

DEMONSTRATION.

LA demonſtration de cecy eſt tres-facile & ne depend que de la 28 & 29. du 9. car comme on peut inferer de la 21. du meſme liure, le nombre pair par quel nõbre qu'il ſoit multiplié fait touſiours vn nombre pair, mais l'impair eſt bien de differente nature, car s'il eſt multiplié par vn pair, le produit eſt pair par la 28. & s'il eſt multiplié par vn impair, le produit eſt impair par la 29. Parquoy ſi faiſant ce ieu, il ſe rencontre que le nombre pair ſoit multiplié par ton impair tous deux les produicts ſeront pairs, car auſſi de l'autre coſté vn pair ſera multiplié par vn impair, & par conſequent la ſomme ſera infalliblement nombre pair par la 21. ja citée. Mais s'il te remonſtre que tu faſſes multiplier le nombre impair par ton impair, on multipliera d'autre coſté le pair par le pair, & partant le premier produict ſera impair, le ſecond pair. Doncques la ſomme des deux ſera nombre impair comme a demonſtré Clauius ſur la 23. du 9.

ADVERTISSEMENT.

Ce ieu ne reçoit autre diuerſité, ſinon que l'on peut choiſir quels deux nombres que l'on veut, & faire multiplier par leſquels d'eux que l'on veut, pourueu que l'vn ſoit touſiours pair, l'autre impair. Il eſt vray que i'ay inuenté les deux ſuiuans à l'imitation de ceſtuy cy, qui ſeront à propos pour faire le meſme effect en differentes manieres.

PROBLE

PROBLEME IX.

Faire le meſme en deux nombres pairs, dont l'vn ſoit pairement pair, & l'autre pairement impair ſeulement.

QV'ils choiſiſſent par exemple l'vn 6. & l'autre 8. Prens comme auparauant deux nombres dont l'vn ſoit pair, & l'autre impair, comme 2. & 3. & fais auſſi multiplier l'vn des nombres choiſis par 2. l'autre par 3. & ioindre les produits, & que la ſomme te ſoit manifeſtée, ou biẽ t'enquiers ſi ladicte ſomme eſt nombre pairement pair, ou non; ce que tu pourras ſçauoir, faiſant prendre la moitié d'icelle, & derechef la moitié de la moitié: car ſi la moitié de la ſomme eſt nombre pair, la ſomme eſt nombre pairemẽt pair, par l'aduertiſſement du 4. Theor. & ſi la moitié de la ſomme eſt nombre impair la ſomme eſt nombre pairement impair ſeulement par la 39. du 9. Or ſi la ſuſdicte ſomme eſt nombre pairement pair, ſois aſſeuré que le nombre que tu as faict multiplier par l'impair, comme par 3. eſt le nombre pairement pair (à ſçauoir 8.) Que ſi ladicte ſomme eſt nombre pairement impair ſeulement, ſois certain que le nombre que tu as fait multiplier par ton impair (à ſçauoir par 3) eſt le nombre pairement impair ſeulement (à ſçauoir 6.) ie t'en laiſſe faire l'experience, car c'eſt choſe bien-aiſée.

DEMONS

Digitized by Google

DEMONSTRATION.

NOus auons demonſtré au 10. Theor. qu'vn nombre pairement pair, par quel nombre qu'il ſoit multiplié, produit touſiours vn pairement pair. Mais le nombre pairement impair ſeulement, s'il eſt multiplié par vn pair, produit vn pairement pair par le 12. Theor. & s'il eſt multiplié par vn impair, produit vn pairement impair ſeulement, par le 11. Theor. Partant s'il ſe rencontre que tu faſſes multiplier par l'impair, le nombre pairement pair; le produit ſera pairement pair; qui eſtant adiouſté à l'autre produit qui eſt auſſi pairement pair, prouenant de deux nombres pairs multipliez enſemble, la ſomme ſera infalliblement vn nombre pairement pair, car deux pairement pairs ioints enſemble, font vn pairement pair, d'autant que chaſcun d'iceux eſtant meſuré par le quaternaire, il faut que la ſomme d'iceux ſoit auſſi meſurée par le meſme quaternaire, & par conſequent ladicte ſomme eſt nombre pairement pair par le 6. Theor. Que s'il aduient que tu faſſes multiplier par l'impair le nombre pairement impair ſeulement, le produit ſera pairement impair ſeulement, auquel adiouſtant l'autre produit qui eſt touſiours pairement pair par la raiſon cy deſſus alleguée, la ſomme ſera neceſſairement vn nombre pairement impair ſeulement par le 9. Theor. partant il appert de la moitié de la regle donnée.

PROBLE

PROBLEME X.

Faire le meſme en deux nombres impairs premiers entre eux.

DOnne à choiſir aux deux perſonnes, deux nombres qui ſoyent impairs & premiers entre eux comme 9 & 7. pourueu que l'vn d'iceux ſoit nombre composé comme eſt 9. & prés ſemblablement pour tes multiplicateurs deux nombres premiers entre eux, mais il n'importe pas qu'ils ſoyent tous deux impairs, pourueu que l'vn d'iceux meſure l'vn des autres deux que tu as donné à choiſir. Par exemple pren 3. & 2. qui ſont premiers entre eux, & l'vn d'iceux à ſçauoir 3. meſure l'vn des autres à ſçauoir 9. & fay multiplier comme auparauant l'vn des nombres choiſis par 3. l'autre par 2. & que la ſomme des deux produits te ſoit manifeſtée ou bien enquier toy ſi laditte ſomme eſt meſurée par celuy de tes multiplicateurs qui meſure l'vn des nombres choiſis, comme en l'exemple donné fay moyen de ſçauoir ſi la ſuſdicte ſomme eſt meſurée par 3. en commandant qu'on prenne le tiers d'icelle. Par là tu deuineras infalliblement lequel des deux nombres chaſque perſonne a choiſi. Car ſi ladicte ſomme eſt meſurée par 3. c'eſt ſigne que le nombre que tu as fait multiplier par 3. eſt celuy que le meſme 3. ne meſuroit pas à ſçauoir 7. Que ſi ladicte ſomme n'eſt

pas

pas mesuree par 3, c'est signe que le nõbre que tu as fait multiplier par 3, est celuy mesme que 3. mesuroit, à sçauoir 9. & de mesme façon procedera la regle si tu donnes des autres nombres à choisir, & que tu en prennes des autres pour multiplicateurs, pourueu qu'ils ayent les conditions requises.

DEMONSTRATION.

A 9.	B 7.
D 3.	E 2.
F 27.	G 14.
H 21.	K 18.

SOyent les deux nombres choisis A B. tous deux impairs, & premiers entre eux, pourueu que l'vn comme A soit nombre composé (ce qui est necessaire, d'autant que nous supposons que l'vn d'iceux soit mesuré par vn autre nõbre) & prenons aussi deux nombres D.E. premiers entre eux, pourueu que l'vn d'eux comme D, mesure le nombre A. Maintenant qu'on multiplie A, par D, & soit fait F, & qu'on multiplie B. par E. & soit fait G. Ie dis que D ne peut mesurer la somme des deux nombres F G. Car puisque D. multipliant A. produit F. il est certain que D mesure F par A. Parquoy si D mesuroit la somme des deux F G. Il s'ensuiuroit que le mesme D mesureroit aussi G. ce qui est impossible, d'autant que A. & B. estant premiers entre eux, & D mesurant A, il faut dire que D est premier à B. par la 25. du 7. mais par l'hypotese, le nombre E, est aussi premier au mesme D. doncques

E tous

tous les deux B. E, ſont premiers à D: & par conſequent le produit de leur multiplication, à ſçauoir G eſt premier au meſme D par la 26. du 7. Partant il eſt impoſſible que D meſure G. Voilà donc vne partie de la regle demonſtree.

En apres D. F. multipliant B, produiſe H & E multipliant A, produiſe K. Ie dis que D meſure la ſomme des deux H. K. Car en premier lieu puiſque H eſt produit multipliant D par B, il appert que D meſure H. ſecondement puiſque E multipliãt A, produit K, il s'enſuit que A meſure K. Or eſt-il que par l'hypoteſe D meſure A; dõcques le meſme D meſure auſſi K. Parquoy puiſque D meſure les deux H. K. Il meſurera auſſi la ſomme d'iceux. Ce qu'il falloit preuuer.

ADVERTISSEMENT.

Ceſte regle ne s'eſtend pas ſeulement aux nombres impairs, mais elle peut auoir lieu encor que l'vn des nõbres choiſis ſoit pair & l'autre impair, pourueu qu'ils ſoyent premiers entre eux, & que tu prenes touſiours pour multiplicateurs deux nombres auſſi premiers entre eux, & dont l'vn meſure l'vn des autres. Par exemple prenant les meſmes multiplicateurs 3. & 2, tu pouuois donner à choiſir les deux nombres 8. & 7. & alors le 2. eut eſté celuy de tes multiplicateurs qui t'euſt guidé pour deuiner, d'autãt que c'eſt luy qui meſure 8. & certes il eſt euident que la demonſtration eſt generale pour tous nombres premiers, ſoit qu'ils ſoyent impairs, ou non, pourueu qu'ils obſeruent toutes les autres conditions requiſes. Il eſt vray que ny les nombres, choiſis,

ny

ny les multiplicateurs, ne peuuẽt eſtre tous deux pairs à cauſe que deux nombres pairs ne ſont iamais premiers entre eux, ains ont touſiours le binaire pour commune meſure.

PROBLEME XI.

Deuiner pluſieurs nombres penſez pourueu que chaſcun d'iceux ſoit moindre que dix.

FAis multiplier le premier nõbre penſé par 2, puis adiouſter 5. au produit, & multiplier le tout par 5, & à cela adiouſter 10; puis y adiouſter le ſecond nõbre penſé, & multiplier le tout par 10, puis y adiouſter le troiſieſme nombre penſé; & ſi l'on a penſé dauantage de nombres, fais encor multiplier cela par 10. puis adiouſter le quatrieſme nõbre, & ainſi fais touſiours multiplier par 10. & adiouſter vn des autres nombres penſez. Alors fais-toy declarer la derniere ſomme, & ſi l'on n'a penſé que deux nombres, ſoubſtrai d'icelle ſomme 35. & du reſte le nombre des dizaines, te monſtrera le premier nombre penſé, & le nombre des nombres, le ſecond. Que ſi l'on a penſé trois nombres, oſte de la derniere ſomme 350. & du reſte le nombre des centaines exprimera le premier nombre penſé, celuy des dizaines le ſecond, celuy des nombres le troiſieſme: & de meſme façon tu procederas touſiours à deuiner dauantage de nombres, comme ſi l'on en a penſé quatre, tu ſoubſtrairas de la derniere

Digitized by Google

somme 3500, & du reste le nombre des mille exprimera le premier nombre pensé, celuy des centaines le second, celuy des dizaines le troisiesme, & celuy des nombres le quatriesme. Par exemple les quatre nombres pensez soyent 3. 5. 8. 2. fais doubler le premier viendra 6. auquel adiouſtant 5. vient 11; qui multiplié par 5. donne 55. auquel adiouſtant 10, vient 65, auquel adiouſtant le second nombre, vient 70 qui multiplié par 10. fait 700. auquel adiouſtant le troisiesme nombre, vient 708 qui multiplié par 10. fait 7080, auquel adiouſtant le quatriesme nombre, vient 7082. Que si tu en soubstrais 3500, le reste 3582, qui exprime par ordre les quatre nombres pensez.

DEMONSTRATION.

CE probleme imite entierement l'artifice du 3. & tous deux ont presque le mesme fondement. Car comme nous auons demonstré en ce lieu là, doubler vn nombre, puis y adiouster 5, & multiplier le tout par 5, puis adiouster 10, cela est autant que multiplier le nombre par 10, & au produit adiouster 35. Or tout nombre estant multiplié par 10, le produit contient vn nombres precis de dizaines, & par consequent en escriuant ce produit la, la derniere figure se treuue vn zero, & la premiere est le mesme nõbre qui a esté multiplié par 10. Parquoy si à ce produit on adiouste quelque autre nombre moindre que 10. La premiere figure ne change point,

Digitized by Google

poinct, & la ſeconde ſe treuue le meſme nombre adiouſté au lieu du zero. Doncques la cauſe eſt manifeſte, pourquoy quand on a penſé deux nombres, apres que l'operation eſt faitte ſelon qu'il a eſté dit, il faut de la derniere ſomme oſter 35 (qui eſt vn nombre ſuperflu qu'on fait adiouſter ſubtilement pour cacher l'artifice) & du reſte le nombre des dizaines eſt neceſſairement le premier nombre penſé, & celuy des nombres eſt le ſecõd. Par meſme raiſon quand on a penſé trois nombres, puiſque apres auoir fait tout le meſme qu'en deux, on multiplie le tout par 10, & on adiouſte le troiſieſme nombre penſé, il eſt euident que le premier qui auoit deſia eſté multiplié par 10, ſe treuue alors multiplié par 100. & le ſecond ſe treuue multiplié par 10, & le troiſieſme ſe treuue mis au lieu d'vn zero qui ſeroit en la place des nombres, & pource que le nombre ſuperflu 35. s'eſt auſſi multiplié par 10, il eſt chãgé en 350. Dõt il appert aſſez de la cauſe de la regle donnee, & la meſme demonſtration a lieu en quatre, cinq, ſix, ou pluſieurs nombres, comme il eſt euident. L'on peut auſſi, de ce qui a eſté dit, comprendre la raiſon de la condition appoſee à la propoſition du probleme, qu'il faut que chaſcun des nombres penſez ſoit moindre que 10. Car ſi quelcun d'iceux eſtoit plus grand que 10, il feroit augmenter la figure precedente, d'autant d'vnitez qu'il y auroit de dizaines en iceluy, comme il appert par la regle d'Addition. Parquoy noſtre regle ſe rendroit inutile.

ADVERTISSEMENT.

Ceste regle que i'ay donné fort generalement est appliquee par plusieurs à diuerses choses particulieres.

Les vns s'en seruent pour deuiner combien il y a de points en chasque dez de tant qu'on en aura getté, & la practique en est bien aisee car les points d'vn dé ne peuuent iamais passer 6, & ne se faut qu'imaginer que les points dechasque dé sont vn nombre pensé, & la regle est du tout la mesme.

Les autres s'en seruent pour deuiner qui de plusieurs personnes aura pris vne bague, en quelle main il l'aura, en quel doigt, & en quelle iointure & alors il faut disposer les personnes par ordre, tellement qu'vne soit premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme &c. Semblablement il se faut imaginer que des deux mains l'vne est premiere, l'autre est secõde; & aussi que des cinq doigts de la main, l'vn est premier, l'autre second, l'autre troisiesme &c. & faire encor le mesme des iointures de chaque doigt. Parquoy ce ieu n'est riẽ autre que deuiner quatre nombres pensez. Par exemple supposons que la quatriesme personne ait la bague, en la seconde main, au cinquiesme doigt, en la troisiesme iointure, fais doubler le nombre de la personne, viendra 8. auquel adiouſtant 5, vient 13. qui multiplié par 5, donne 65, auquel adiouſtant 10, vient 75. & y adiouſtant le nombre de la main, prouient 77. qui multiplié par 10. donne 770. auquel adiouſtant le nombre du doigt, vient 775, qui multiplié par 10, donne 7750. auquel adiouſtant le nombre de la iointure, vient 7753. duquel il faut ſoubſtraire 3500 & le reſte ſera 4253. dont les figures expriment, tout ce qu'on veut deuiner. Que ſi

l'on

Digitized by Google

l'on vouloit deuiner ſeulement de pluſieurs perſonnes, laquelle a la bague, & en quel doigt, ce ne ſeroit que deuiner deux nombres penſez, mais il faut prendre garde qu'en ce cas on s'imagine en chaſque perſonne dix doigts diſpoſez par ordre, parquoy il peut arriuer qu'vne perſonne ait la bague au dixieſme doigt, & partant alors à vn nombre precis de dixaines adiouſtant 10, il te fera auſſi vn nombre de dizaines precis, mais plus grãd d'vn qu'auparauant; Parquoy apres la ſoubſtraction, il reſtera zero, en la place des nombres. Doncques cela t'arriuant ſois aſſeuré que pour deuiner le nombre de la perſonne, il te faut oſter 1. du nombre des dixaines, & dire que telle perſonne a la bague au dizieſme doigt. Par exemple que la ſixieſme perſonne ait la bague au dixieſme doigt. fais doubler le nombre de la perſonne, viendra 12, auquel adiouſtant 5 vient 17. qui multiplié par 5, fait 85, auquel adiouſtant 10, fait 95, & à cela adiouſtant encor le nombre du doigt, vient 105, d'où ſi tu oſtes 35, reſte 70. Où tu vois clairement que le nombre des dizaines ſurpaſſe d'vn, le nombre de la perſonne.

Pour diuerſifier la practique de ce probleme, il ne faut que bien entendre ce que i'ay dit en l'aduertiſſement du 3. cy deſſus. Car premierement bien que les multiplicateurs ne ſe puiſſent bonnement changer: (d'autant qu'il faut touſiours qu'apres auoir adiouſté chaſque nombre, l'on multiplie le tout par 10) toutesfois on y peut encor proceder auec quelque diuerſité, car puiſque multiplier par 2, & puis par 5, c'eſt autant que multiplier par 10, il appert qu'au commencement on pourroit faire multiplier le premier nombre par 10, au lieu de doubler, puis multiplier par 5. Ou bien faire en premier lieu multiplier par 5, puis par 2. Semblablement apres qu'on a adiouſté

iouſté quelqu'vn des autres nombres, au lieu de faire multiplier le tout par 10, on pourroit faire multiplier par 2, puis par 5, ou bien par 5. puis par 2.

Secondement quand aux nombres ſuperflus que l'on fait adiouſter pour couurir l'artifice, & dont la ſomme ſe ſoubſtrait à la fin, ils ſe peuuent changer comme l'on veut & par ainſi la reigle ſe peut diuerſifier en infinies manieres, la cauſe en eſt euidente, par ce que i'ay dit en l'aduertiſſement du 3. probleme. Par exemple ſoyent les quatre nombres penſez 4. 2. 5. 3. comme cy deſſus. Fay multiplier le premier par 5. viendra 20. fais y adiouſter 8. viendra 28. Fay doubler cela, viendra 56. fais y adiouſter le ſecond nombre penſé, viendra 58. fay multiplier cela par 10. viendra 580. fais y adiouſter 12. viendra 592. fais y adiouſter le 3. nombre penſé, viendra 597. fais-le doubler viendra 1194. fais y adiouſter 6. viendra 1200. fais-le multiplier par 5. viendra 6000. auquel adiouſtant le dernier nombre penſé viendra 6003. Or parce qu'apres auoir adiouſté 8. on a doublé, c'eſt autant que ſi l'on auoit doublé 8. qui fait 16. lequel multiplié 10. fait 160. auquel adiouſtant 12. vient 172. qui doublé fait 344. auquel adiouſtant 6. vient 350. qui multiplie par 5. donne 1750. Partant le nombre qu'il faut ſoubſtraire eſt 1750. qui oſté de 6003. reſte 4253. qui exprime les quatre nombres penſez.

PROBLEME XII.

Quelqu'vn ayant pris en ſes deux mains certains nombres d'vnitez, dont la proportion ſeulement ſoit cogneuë deuiner apres quelques changemẽs, cõbien il luy en reſte en vne main.

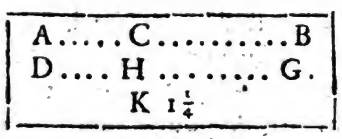
Quelqu'vn

QVelqu'vn ait pris en la main droicte certain nombre d'vnitez, comme de gettons, & qu'il en prenne auſſi certain nombre en la main gauche, pourueu qu'il te declare ſeulement la proportion de ces deux nombres. Par exemple qu'il en ait 15. en la main droicte & 12 en la gauche, alors il te dira que le nombre de ceux de la droicte, au nombre de ceux de la gauche eſt en proportion d'vn & vn quart. Partant fais luy mettre de la gauche en la droicte quel nombre de gettons que tu voudras, pourueu qu'il ſe puiſſe faire, & qu'il ait partie ſemblable à celle où à celles qui ſeront exprimées au denominateur de la proportion, comme en l'exéple donné, où le denominateur eſt $1\frac{1}{4}$ fay luy mettre de la gauche en la droicte quelque nombre qui ait quart, comme 8. en apres dis luy qu'il en remette de la droicte en la gauche autant qu'il en eſt demeuré en la gauche ſelon le denominateur de la proportion, à ſçauoir qu'il y en remette vne fois, & vn quart autant qu'il y en eſt demeuré & pource que de 12. oſtant 8. il demeure 4. il eſt certain qu'il y en remette 5. & en tout il s'en treuuera lors 9. en la gauche. Adonc tu deuineras ce qui luy reſte en la droicte par tel artifice. Pren le dominateur de la proportion aſçauoir $1\frac{1}{4}$. adiouſtes y 1. viendra $\frac{5}{4}$ multiplie par $2\frac{1}{4}$, le nombre qu'en premier lieu tu as fait tranſporter de la gauche en la droicte, à ſçauoir 8. viendra 18. le nombre que tu veux deuiner.

Autre exemple, qu'il prenne 39. iettons en la droicte, & 15. en la gauche qui eſt vne proportion

tion de 2 $\frac{1}{7}$. Dis luy que de la gauche en la droicte il mette vn nombre qui ait cinquieſme cõme 10. Alors il en aura 49. en la droicte, & reſtera 5. en la gauche. En apres dis-luy qu'il en remette de la droicte en la gauche deux fois autant qu'il y en eſt demeuré, & les trois cinquieſme, du meſme nombre qui eſt demeuré, & il y en remettra 15. parquoy en tout il en aura lors en la gauche 18. Mais tu deuineras ce qui luy reſte en la droicte, ſi tu adiouſtes 1. au denominateur de la proportion, car il viendra 3 $\frac{1}{7}$ par qui multipliant 10. le nombre que du commencement tu as fait tranſporter de la gauche en la droicte, tu auras 36. le nombre iuſte qui luy reſte en la droicte.

DEMONSTRATION.



LE nombre de la main droite ſoit A. B. & celuy de la gauche D G, & le dominateur de la proportion qu'a A B, à D G, ſoit K: & qu'on adiouſte le nombre cogneu H G, auec A B, puis qu'auec le reſte D H, on ioigne le nombre A C, qui garde auec D, H, la meſme proportion exprimée par le denominateur K. Alors ie dis que la ſomme des deux C B. H G. ſera cogneüe Car puiſque il y a telle proportion de tout A B. à tout D G. que du nombre eſt A C, au nombre oſté D H. il s'enſuit que le reſte C B, au reſte H G. a auſſi la meſme proportion. Parquoy puiſque H G eſt cogneu ſi par le denominateur K

on

on multiplioit H G, on auroit, le nombre C B. & partant ſi on multiplie H G par vn nombre plus grand d'vn que K, il prouiendra la ſomme des deux C B, H G, comme il appert.

ADVERTISSEMENT.

Si le denominateur K. eſt nombre entier (ce qui aduiendra ſi la proportion de A B, à D G, eſt proportion multiple, ou d'eſgalité) la practique de ce ieu n'a nulle difficulté, & n'importe quel nombre ſoit H G, qu'on fait tranſporter du commencement de D G, en A B. Mais ſi K. a quelque fraction adiointe, alors pour euiter les fractions qui ne peuuent eſtre admiſes en ce probleme, il eſt neceſſaire (comme il a eſté dit en la regle) que H G ſoit vn nombre ayant telle partie, quelle eſt exprimée au denominateur K. Car cela ſuppoſé nous ne pourrons tomber en fractions, d'autant que ſi A B. contient D G. vne ou pluſieurs fois, & encore quelque partie ou quelques parties dudict D G. il eſt neceſſaire que D G. ait telle partie quelle eſt exprimee par le denominateur de la fraction cominue en K. Partant ledit denominateur de ladicte fraction meſure tout le nombre D G. Donques ſi nous ſuppoſons que le meſme denominateur meſure auſſi H G, il s'enſuiura que le meſme meſurera auſſi le reſtant D H. Parquoy D H. aura la meſme partie, ou les meſmes parties exprimées en K, Doncques nous pourrons ſans fraction prendre le nombre A C, qui ait meſme proportion à D H. que A B. à D G.

Or de la practique & de la demonſtration donnée, il appert, qu'il faut touſiours faire tranſporter le nombre cogneu du commencement, de la main où eſt le moindre nombre

nombre, en celle où est le plus grand, partant il faut que celuy auec qui tu fais le ieu te manifeste en quelque main est le plus grand, & en quelle main est le moindre nombre, sinon que la proportion des deux nombres soit proportion d'esgalité, asçauoir qu'il y ait autant de gettons en vne main qu'en l'autre. Car alors il n'importe ny quel nombre on face transporter, ny de quelle main. Et i'aduertis le Lecteur que c'est en cette derniere façon seule que par cy deuant on a practiqué ce ieu. Parquoy la reigle generale que i'ay donnée est de mon inuention, comme aussi celle du suiuant.

PROBLEME XIII.

Faisant le mesme qu'auparauant, deuiner apres les mesmes changemens, combien il y a d'vnitez en chasque main, & combien il y en auoit du commencement.

POsons le cas comme cy dessus, qu'on eut pris 15. gettons en la main droite, & 12. en la gauche, & qu'on en eut transferé 8. de la gauche en la droicte, & qu'on en eut remis de la droicte en la gauche vne fois & quart autant qu'il y en estoit demeuré. Alors puis que par la regle precedente tu sçais ce qui reste en la droicte, n'en fay nul semblant, mais demande encor quelle proportion il y a du nombre qui se treuue en vne main, à celuy qui se treuue en l'autre, car si tu sçais telle proportion, l'vn des nombres t'estãt cogneuë, tu cognoistras infalliblement l'autre, comme en l'exemple donné

donné, ſi l'on te dit qu'apres les changemens faits il y a deux fois autant de gettons en la droicte, qu'en la gauche, puis que par la regle precedente tu ſçais qu'il y en a 18. en la droicte, tu és bien aſſeuré qu'il y en a 9 en la gauche. Parquoy la premiere partie de ce probleme eſt bien aiſée, & porte auec ſoy ſa demonſtration.

Maintenant ſi tu veux deuiner combien il y auoit de gettons du commencement en chaſque main, puis que tu ſçais par la premiere partie la ſomme de tous les gettons (car en l'exemple donné ſçachant que les changemens faits il y en a 18. en l'vne, & 9 en l'autre, tu ſçais que la ſomme de tous eſt 27) & puis que tu ſçais auſſi que le nombre de la droicte du commencement contenoit celuy de la gauche vne fois & quart; il te conuiẽt diuiſer la ſomme cogneue (à ſçauoir 27) en deux nombres qui obſeruent la proportion de $1\frac{1}{4}$. Or pour diuiſer tout nombre donné en deux qui obſeruent entre eux telle proportion que l'on voudra, ſers toy de ceſte regle. Prens les deux moindres nombres qui obſeruent la proportion requiſe, & les adiouſte enſemble & par la ſomme d'iceux diuiſe le nombre donné, & par le quotient multiplie les deux moindres nombres, obſeruans la proportion requiſe, tu trouueras les nombres que tu cherches. Comme en l'exemple donné où il faut diuiſer 27. en deux nombres, obſeruans la proportion de $1\frac{1}{4}$. Pren 5. & 4. les moindres nombres qui gardent ladicte proportion, leur ſomme ſera 9. par qui diuiſant 27. le quotient eſt 3. qui multipliant 5. & 4. te donne 15. & 12. les nombres

bres que tu cherchois. Tu deuineras donc que du commencement il y auoit 15. gettons en la main droicte,& 12.en la gauche.

DEMONSTRATION.

LA premiere partie de ce Probleme eſt euidente de ſoy meſme,& ne requiert pas autre demonſtration. Car cognoiſſant vn nombre, & la proportion qu'il a auec vn autre,il eſt certain que cet autre là ſe peut cognoiſtre facilement, multipliant,ou diuiſant le nombre cogneu par le denominateur de la proportion cogneuë, ſelon qu'il eſt le plus grand, ou le moindre terme de la proportion.

Quand à la ſeconde partie elle eſt auſſi toute demonſtrée, ſi l'on demonſtre la façon de diuiſer vn nombre donné en deux nombres,qui obſeruét la proportion donnée. Soit donc propoſé le nombre A, qu'il faille diuiſer en deux,gardans la proportion, dont le denominateur eſt B.Ie prens les deux C D. les moindres qui obſeruent la proportion donnée, & les ioignant enſemble,leur ſomme ſoit E. & diuiſant A. par E, ſoit le quotient F : & multipliant les deux C D, par F. ſoyent les produits G. H. Ie dis que G. H. ſont les nombres cherchez. Car premierement il eſt clair qu'ils obſeruent la proportion requiſe, d'autant que le meſme F. multipliant les deux C D, a produit les deux G. H. en apres, que

A 27.	B 1 ½.
C 5.	D 4.
E 9.	F 3.
G 15.	H 12.

les

les meſmes G. H. ioints enſemble faſſent A, ie le preuue. Car puis que E diuiſant A, dõne pour quotient F, il appert que F. multipliant E, produira, A. Or eſt-il que E eſt eſgal aux deux C D, Donques par la premiere du ſecond d'Euclide, les deux nombres qui ſe produiſent multipliant C, & D, par F. (aſçauoir les deux G. H) ioints enſemble ſeront eſgaux à A, qui ſe produit multipliant E, par le meſme F. Ce qu'il falloit demonſtrer.

ADVERTISSEMENT.

Pour prattiquer ſubtilement ce probleme, & le precedent, il faut en faire comme ces trois. Premierement on ſe peut ſeruir du precedent pour vn. Secondement on ſe peut ſeruir de la premiere partie de ceſtuy cy pour vn autre, mais alors il ne faut point faire ſemblant de ſçauoir ce qui reſte en vne main les changemens faits. Troiſieſmement on ſe peut encor ſeruir de la ſeconde partie de ce probleme pour vn troiſieſme ieu, qui ſemblera peut eſtre plus admirable que les deux autres, mais alors auſſi il ne faut point monſtrer ny de ſçauoir ce qui reſte en vne des mains apres les changemens, ny ayant demandé la ſeconde fois la proportion des vnitez reſtantes en chaſque main, il ne faut point faire ſemblant de ſçauoir le nombre deſdictes vnitez, mais il faut diuiſer ſecrettement la ſomme d'icelles en deux parties, qui obſeruent la proportion premiere, en la façon que i'ay enſeigné, & deuiner par ce moyen, combien il y auoit au commencement d'vnitez en chaſque main.

Ie t'aduertis encor, que ce que i'ay dit de prendre les deux moindres termes obſeruans la proportion donnée,

comme

comme C D. n'eſt pas abſolument neceſſaire, car bien qu'on print des autres nombres en la meſme proportion, cela n'importeroit pas comme il appert par la demonſtration, mais ie fais prendre les moindres, pour plus grande facilité en operant, d'autant que les plus petits nombres ſont plus aiſez à manier.

PROBLEME XIV.

Pluſieurs dez eſtans iettez, deuiner la ſomme des points adiouſtez enſemble d'vne certaine façon.

PAR exemple qu'on ait ietté trois dez à ton inſçeu, fais adiouſter par quelcun les points d'iceux enſemble, puis laiſſant vn d'iceux à part en l'eſtat qu'il eſt, fais prendre des autres deux les points de deſſoubs, à ſçauoir ceux qui ſont en la partie du dé appoſee à celle de deſſus qui paroit ſur la table, & qu'on adiouſte ces points à la ſomme des precedens, puis qu'on reiette derechef ces deux dez, & qu'on adiouſte les points d'iceux, qui paroiſſent deſſus, à la ſuſditte ſomme, & qu'on en laiſſe vn d'iceux en l'eſtat qu'il eſt auec le premier, & que du troiſieſme on prenne les points de deſſoubs, & qu'on les adiouſte aux autres: finalement qu'on reiette ce troiſieſme, & qu'on adiouſte à la ſuſditte ſomme les points d'iceluy qui paroiſſent deſſus, & qu'on le laiſſe en l'eſtat qu'il eſt auec les deux autres. Lors t'approchant de la table & regardãt les points des trois dez qui paroiſſent deſſus,

ſus, tu les adiouſteras enſemble, & à leur ſomme adiouſteras encor 21, & tu deuineras la ſomme de tous les points adiouſtez enſemble, en la façon, que i'ay dit. Comme ſi la premiere fois les points des trois dez ſont 5. 3. 2. Leur ſomme ſera 10. & laiſſant vn d'iceux à part tourné comme il eſt, à ſçauoir le 5. qu'on prenne les points oppoſez du 3. & du 2, on treuuera 4, & 5, qui adiouſtez à 10, font 19. Puis qu'on reiette ces deux dez, & que les points d'iceux paroiſſans deſſus ſoyent 4, & 1, qui adiouſtez à 19, feront 24: & laiſſant le 4 à part auec le premier, qu'on prenne les points oppoſez de l'autre, qui ſont 6, qui adiouſtez à 24, font 30. finalement qu'on reiette ce meſme dé, & que les points de deſſus d'iceluy ſoyent 2, qui adiouſtez à 30. font 32. & qu'on laiſſe auſſi ce dé en l'eſtat qu'il eſt auec les autres. Lors t'approchant & regardant les trois dez, tu trouueras que les points paroiſſans deſſus ſont 5. 4. 2. dont la ſomme eſt 11. à qui ſi tu adiouſtes 21, comme i'ay dit, tu auras 32. la ſomme requiſe. Ce ieu ſe peut auſſi pratiquer en tant de dez que l'on voudra, comme i'enſeigneray en l'aduertiſſement.

DEMONSTRATION.

CE ieu peut ſembler admirable à ceux qui en ignorent la cauſe, & toutesfois la fineſſe n'eſt pas des plus grandes, car elle ne depend que de la ſtructure des dez, qui ſont tous façonnez de telle ſorte, que les points des deux parties oppoſees oints enſemble font touſiours 7. Par ainſi d'vn

Digitized by Google

costé il y a 1. de l'autre costé opposé 6. D'vn costé se treuue 2, de l'autre 5, d'vn costé est marqué 3, de l'autre 4. Doncques toutes les fois que tu fais prẽdre les points des deux parties opposées d'vn mesme dé, tu es asseuré que leur somme est 7. Parquoy puisque parfaisant le ieu comme i'ay enseigné, on prend les points des parties opposées en trois dez, il est certain que cela est autant que prẽdre trois fois 7, à sçauoir 21. & partant adioustant 21. à tous les autres points qu'on assemble, il est euident qu'on a la somme de tous.

ADVERTISSEMENT.

Pren garde que les dez soyent marquez comme i'ay dit, & qu'ils ne soyent point faux, car autrement le probleme ne se pourroit parfaire. Prens garde aussi qu'il faut prattiquer ce ieu comme i'ay enseigné, sans que iamais on face prendre immediatement les points des parties opposées d'vn mesme dé. Car celuy qui verroit faire le ieu, pourroit par ce moyen-la descouurir l'artifice bien aisement, remarquant que les points opposez d'vn dé font tousiours 7.

Mais pour faire le mesme ieu en quatre, cinq, ou plusieurs dez, il ne faut que prendre garde combien de fois on fait adiouster les points opposez d'vn dé, & retenir autant de fois 7, pour adiouster à la fin. Comme si l'on auoit ietté quatre dez, prattiquant le ieu ainsi que i'ay monstré en trois, on trouueroit qu'on fait prendre six fois les points opposez d'vn dé, partant à la fin il faudroit adiouster 6. fois 7. à sçauoir 42. & en cinq dez on trouueroit qu'on prendroit dix fois les points opposez d'vn dé,

par

Digitized by Google

partant à la fin il faudroit adiouſter 70. & ainſi touſiours l'õ peut faire vne reigle pour tãt de dez que l'on voudra.

PROBLEME XV.

Deuiner combien de points il y a en trois cartes.

PRens vn ieu de cartes entier, où il y en a 52. & que quelcun choiſiſſe trois d'icelles, leſquelles qu'il voudra, tu deuineras combien elles contiennent de points en ceſte ſorte. Dis luy qu'à chaſcune des cartes choiſies, il adiouſte tãt des autres cartes, qu'elles accompliſſent le nombre de 15, en cõputant les points de la carte choiſie; cela fait, qu'il te donne le reſte des cartes, lors du nombre d'icelles oſte 4, & le reſte ſera infalliblement le nombre des points des trois cartes. Par exemple que les points des trois cartes ſoyent 4. 7. 9. Il eſt certain que pour accomplir 15, computant les points de chaſque carte à 4, il faut adiouſter 11 cartes; & à 7, il en faut adiouſter 8. & à 9, il en faut adiouſter 6. Parquoy le reſte des cartes ſera 24. d'où ſi tu oſtes 4, reſtera 20, le nombre des points des trois cartes: car 4, 7, & 9, font 20. Or comme on peut prattiquer ce ieu en beaucoup de ſortes, en quel nombre de cartes que ce ſoit, ie l'enſeigneray en l'aduertiſſement.

DEMONSTRATION.

POVR rendre pairfaitte raiſon de cecy, ſuppoſons que les trois cartes choiſies ſoyent les

Digitized by Google

trois moindres, à ſçauoir les trois As. dont chaſcun ne vaille qu'vn ; alors il eſt euident que pour accomplir 15, à chaſque carte il faut adiouſter 14 cartes, & partant le nombre tant des trois choiſies que des adiouſtees ſera 45, lequel eſtant oſté du nombre entier des cartes qui eſt 52, il en reſte 7. d'où ſi l'on oſte 4, reſte 3, le nombre des points des trois cartes choiſies. Or cecy ſuppoſé il eſt aiſé à preuuer, qu'il faut touſiours oſter 4. du nõbre des cartes reſtãtes, pour deuiner la ſomme des points des trois cartes; Car d'autãt qu'on augmẽtera les nombres des points d'icelles, en mettant des plus hautes cartes, autant moins de cartes il faudra adiouſter pour accomplir les quinze, & partant d'autant preciſément s'augmentera le nombre des cartes reſtantes, parquoy oſtant 4. comme aupatauant, le reſte ſera touſiours eſgal au nombre des points des trois cartes choiſies, par l'axiome : ſi à deux nombres eſgaux on adiouſte nombres eſgaux, les ſommes ſeront eſgales. Comme ſi au lieu du premier As, on met vn ſix, alors la ſomme des points ſera augmentee de 5. Car au lieu de 3, elle ſera 8. Mais auſſi à la premiere carte au lieu de 14, qu'on y adiouſtoit pour accomplir 15, on n'adiouſtera maintenant que 9, qui ſont cinq moins. Parquoy le reſte des cartes ſe treuuera augmenté de cinq. Dont il appert de la verité de mon dire.

AD

Digitized by Google

ADVERTISSEMENT.

De ceſte demonſtration on peut recueillir vne regle generale pour tout nombre de cartes, & quel nombre que l'on faſſe accomplir (car au lieu de 15, on pourroit faire accomplir 14, 13, 16, &c.) qui eſt telle. Triple le nombre que tu fais accomplir, & au produit adiouſte 3, & ſoubſtray ceſte ſomme de tout le nombre des cartes: le reſte ſera le nombre qu'il te faudra ſoubſtraire des cartes reſtantes pour faire le ieu. Comme en l'exemple donné triple 15, vient 45. adiouſte 3, vient 48. ſoubſtray 48. de 52, reſte 4, le nombre qu'il faut oſter des cartes reſtantes.

Que ſi le triple du nombre qu'on fait accomplir auec 3. ſe treuue eſgal à tout le nombre des cartes, c'eſt ſigne que le nombre des cartes reſtantes, doit exprimer iuſtement le nombre des points des trois cartes choiſies.

Que ſi le meſme triple ioint auec 3, eſt plus grand que tout le nombre des cartes, alors il en faut ſoubſtraire le nombre des cartes, & le reſte ſera vn nombre qu'il faut adiouſter au nombre des cartes reſtantes pour faire le ieu. Par exemple s'il n'y a que 36 cartes, & qu'on veuille comme auparauant faire accomplir 15: Pour trouuer la regle tu tripleras 15, viendra 45, où adiouſtant 3, vient 48. Qui ne ſe peut ſoubſtraire de 36. nombre des cartes, parquoy au rebours, ſoubſtray 36. de 48, & le reſte 12. ſera vn nombre qu'il faudra adiouſter aux cartes reſtantes, vſant icy d'Addition au lieu de ſoubſtraction.

Et en effect cecy n'eſt point changer la regle donnee, comme pourront comprendre aiſément ceux qui ſont tant ſoit peu exercez en l'Algebre, & qui ſçauent les

Digitized by Google

regles d'Addition, & ſoubſtraction par plus & par moins. Car ſuiuant la regle il faudroit ſoubſtraire 48 de 36, ce qui ſe feroit par le ſigne de moins, & diroit-on que le reſte ſeroit, moins 12. Puis il faudroit ſoubſtraire moins 12, du nombre des cartes reſtantes, ce qui eſt autant comme adiouſter 12 au meſme nombre.

On peut doncques prattiquer ce ieu en infinies façons differentes. Car premierement on le peut faire en tout nombre de cartes, quelles qu'elles ſoyent, & combien de points qu'on faſſe valoir chaſque carte.

Secondement on peut faire accomplir quel nombre que l'on veut, computant touſiours les points de chaſque carte. Voire il n'eſt pas neceſſaire qu'auec toutes trois on faſſe accomplir le meſme nombre, mais on peut nommer trois nombres differents, comme 13, 14, 15, & alors pour former la regle, il faut adiouſter enſemble ces trois nombres, & y adiouſter 3, & parfaire tout le reſte comme i'ay dit cy deſſus.

Finalement on peut faire le meſme ieu en quatre, cinq, ſix, ou pluſieurs cartes, & former touſiours des regles à l'imitation de celle que i'ay donnee, comme ſi l'on veut deuiner les points de quatre cartes, & faire accomplir 15. par tout, & que le nombre des cartes ſoit 52, ie multiplieray par 4, le nombre 15, viendra 60, à qui i'adiouſteray 4, viendra 64, ie ſoubſtrairay de la le nombre des cartes, à ſçauoir 52, reſtera 12, qui eſt le nombre qu'il faudra adiouſter au nombre des cartes reſtantes.

Pren garde ſeulement qu'il peut arriuer quelquefois que le nombre des cartes ſera ſi petit, & les trois que tu feras accomplir ſi grands qu'il n'y aura pas aſſez de cartes pour ce faire; Toutesfois tu parfairas encore le ieu, ſi tu

deman

demandes combien il s'en faut, qu'il n'y ait aſſez de cartes pour accomplir les trois nombres que tu auras ordonné; pourueu qu'alors tu t'imagines que le reſte des cartes ſoit le meſme nombre qui defaut auec le ſigne de moins. Par exemple que le nombre des cartes ſoit 36, & que tu faſſes par tout accomplir 15, & que les trois cartes choiſies ſoyent 2. 3. 4. Il eſt certain qu'on ne pourra pas accomplir 15 par tout; car à la premiere carte il en faudroit adiouſter 13, à la ſeconde 12 à la troiſieſme 11. & ces trois nombres auec les trois cartes choiſies font 39. Parquoy le nombre de toutes les cartes n'eſtant que 36, il s'en faudra trois qu'on ne puiſſe accomplir 15. par tout; Doncques imagine toy que le reſte des cartes c'eſt moins 3. & puiſque en ce cas la regle enſeigne qu'au nombre des cartes reſtantes il faut adiouſter 12. Adiouſte 12 à --3, tu auras 9, le nombre des points des trois cartes choiſies.

PROBLEME XVI.

De pluſieurs cartes diſpoſees en diuers rangs deuiner laquelle on aura penſé.

PRens 15. cartes, & les diſpoſe en trois rangs, ſi bien qu'il s'en treuue cinq en chaſque rang, & que quelcun penſe laquelle qu'il voudra pourueu qu'il te declare en quel rang elle eſt. Alors ramaſſe à part les cartes de chaſque rang, puis ioint les toutes enſemble, mettant toutesfois le rang où eſt la carte penſee au milieu des deux autres. Apres derechef diſpoſe toutes les cartes en trois rangs, en poſant vne au premier, puis vne au ſe-

cond, puis vne au troisiesme, & en remettant derechef vne au premier, puis vne au second, puis vne au troisiesme, & ainsi iusques à ce qu'elles soyent toutes rangees. Alors demande en quel rang est la carte pensee, & ramasse comme auparauant chasque rang à part, mettant au milieu des autres, celuy où est la carte pensee; & finalement dispose les encore en trois rangs de la mesme sorte qu'auparauant, & demande auquel est-ce que se treuue la carte pensee, & sois asseuré qu'elle se treuuera lors la troisiesme du rang où elle sera, parquoy tu la deuineras aisément.

Que si tu veux encore mieux couurir l'artifice, tu peux ramasser derechef toutes les cartes en la façon que i'ay dit dessus, mettant au milieu des deux autres, le rang où est la carte pensee, & lors la carte pensee se treuuera au milieu de toutes les quinze cartes, si bien que de quel costé que l'on commence à conter elle sera tousiours la huictiesme.

Ce ieu se practique ainsi communement, mais i'enseigneray en l'aduertissement comme on peut faire le mesme en tout nombre de cartes, & en beaucoup de façons differentes.

DEMONSTRATION.

POur rendre raison infallible de cecy, il me faut preuuer que disposant les cartes ainsi que i'ay dit par trois fois, en fin apres la troisiesme fois la carte pensée est necessairemẽt la troisiesme du rang où elle se treuue. Or pren garde que la premiere fois ayant rangé en trois rangs quinze cartes

cartes, comme i'ay dit, quand tu ſçais en quel rang eſt la carte penſée, tu és aſſeuré que c'eſt vne des cinq qui ſont en ce rang la. Partant recueillant à part les cartes de chaſque rang, & mettant au milieu des autres rangs, celuy où eſt la carte penſée & les diſpoſans derechef comme i'ay enſeigné alors tu mets en diuers rangs les cinq cartes qui auparauant n'eſtoyẽt qu'en vn ſeul rang, Parquoy regarde bien en quelles places tombent les cartes du rang du milieu, entre leſquelles tu ſcais que doit eſtre la carte penſée, & remarque ces cinq points.

1. Que la premiere tombe au ſecond lieu du troiſieſme rang.

2. Que la ſeconde tombe au troiſieſme lieu du premier rang.

3. Que la troiſieſme tombe au troiſieſme lieu du ſecond rang.

4. Que la quatrieſme tombe au troiſieſme lieu du troiſieſme rang.

5. Que la cinquieſme tombe au quatrieſme lieu du premier rang.

Doncques ſi la carte penſee eſt lors au premier rang, tu és aſſeuré que c'eſt la troiſieſme ou quatrieſme d'iceluy par la remarque du ſecond & quatrieſme point, parquoy diſpoſant derechef les cartes en la façon ordonnée, elle tombera neceſſairement en la troiſieſme place du ſecond, ou en la troiſieſme du troiſieſme rang, par le troiſieſme & quatrieſme point.

Que ſi apres la ſeconde diſpoſition la carte pẽſee eſt au ſecond rang, tu es aſſeuré que c'eſt la

troisiesme du mesme rang, par la remarque du troisiesme point, parquoy dés lors tu la peux deuiner, mais quand bien tu rangeras derechef les cartes en la façon exposée, elle retumbera tousiours en la mesme place par le mesme troisiesme point.

Que si la carte pensée apres la seconde disposition est au troisiesme rang, tu és asseuré que c'est la seconde, ou la troisiesme d'iceluy par la remarque du premier, & du quatriesme point, parquoy rangeant derechef les cartes, elle tombera infalliblement en la troisiesme place du premier rang, par le second point, ou en la troisiesme du second par le troisiesme point. Donques quoy qu'il aduienne, apres la troisiesme fois, la carte pensée sera tousiours la troisiesme du rang où elle se treuuera. Ce qu'il falloit demonstrer.

ADVERTISSEMENT.

Si tu comprens bien le fondement de ce ieu il te sera bien aisé de le faire en tout nombre de cartes, & en plusieurs differentes façons. Car la fineſſe consiſte en cela, que les cartes d'vn meſme rang par vne autre diſpoſition ſe ſeparent, & ſe mettent en diuers rangs, ce que ie veux eſclaircir entierement, par vn exemple facile. Pren 16. cartes, & les diſpoſe ſeulement en deux rangs, tellement qu'il y en ait 8. d'vn coſté, & 8. de l'autre. Lors ſçachant en quel rang eſt la carte penſee, tu és aſſeuré que c'eſt vne des huit: parquoy prenant les cartes de chaſque rang à part, & les diſpoſant de telle ſorte que tu en mettes vne au premier rang, l'autre au ſecond, puis vne au premier

premier, puis vne au ſecõd, & ainſi iuſques à la fin, tu vois biẽ que des huit cartes entre leſquelles eſt la carte penſée, il en tõbe quatre d'vn coſté & quatre de l'autre, parquoy demãdant lors en quel rang eſt la carte penſée tu és aſſeuré que c'eſt vne de quatre. Que ſi tu les ranges derechef ainſi que i'ay dit, de ces quatre là il en tombera deux d'vn coſté, & deux de l'autre, partant ſi tu ſçais lors en quel rang eſt la carte penſée, tu és aſſeuré que c'eſt vne des deux. Que ſi finalement tu les ranges encore comme il faut, de ces deux là l'vne ſe treuuera au premier rang, l'autre au ſecond. Parquoy ſçachant lors en quel rang eſt la carte penſée, tu la deuineras infalliblement. Que ſi tu veux faire le ieu plus promptement prenant les meſmes 16. cartes, il te les faut diſpoſer en quatre rangs, ſi bien qu'en chaſque rang il y en ait 4. & apres auoir ſçeu en quel rang eſt la carte penſée, diſpoſant derechef les cartes en la façon cy deuant exposée, les quatre de ce rang là ſe ſepareront toutes, tellement qu'vne tombera au premier rang, l'autre au ſecond, l'autre au troiſieſme; l'autre au quatrieſme. Partant tout incontinent tu peux deuiner la carte penſée ſçachant le rang où elle eſt pour alors.

Par ce meſme artifice quelques vns font vn autre ieu aſſez gentil, par lequel pluſieurs cartes eſtant proposées à pluſieurs perſonnes, on deuine quelle carte chaſque perſonne a penſé. Par exemple qu'il y ait quatre perſonnes, pren quatre cartes & les monſtrant à la premiere perſonne, dis-luy qu'elle penſe celle qu'elle voudra, & mets à part ces quatre cartes. Puis pren-en quatre autres, & les preſente de meſme à la ſeconde perſonne, à fin qu'elle penſe celle qu'elle voudra; & fais encor tout le meſme auec la troiſieſme, & quatrieſme perſonne. Alors prẽs les quatre cartes de la premiere perſonne & les

diſpoſe

disposé en quatre rangs, & sur icelles range les quatre de la seconde personne, puis les quatre de la troisiesme, puis celles de la quatriesme. Et presentant chascun de ces quatre rangs à chasque personne, demande à chascune en quel rang est la carte par elle pensée: car infalliblement la carte de la premiere personne, sera la premiere du rang où elle se treuuera, la carte de la seconde personne sera la seconde de son rang; la carte de la troisiesme, sera la troisiesme en son rang, & la carte de la quatriesme, sera la quatriesme du rang où elle se treuuera. Et ainsi des autres, s'il y a plus de personnes, & par consequent plus de cartes. La raison de cecy est bien euidente, partant ie ne m'y amuseray pas d'auantage.

PROBLEME XVII.

Deuiner de plusieurs cartes, celle que quelqu'vn aura pensé.

PRen tant de cartes qu'il te plaira, & les monstre par ordre à celuy qui en voudra penser vne, & qu'il en pense vne pourueu qu'il se souuiene la quantiesme c'est à sçauoir si c'est, la premiere, ou la seconde, ou la troisiesme &c. Mais en mesme temps que tu luy monstres les cartes l'vne apres l'autre conte les secrettement, & quant il aura pensé, & que tu auras conté tout outre qu'il te plaira, pren les cartes que tu auras contées, & dont tu sçais parfaitement le nombre, & pose les sur les autres que tu n'as pas contées, de telle sorte que les voulant reconter elles se treuuent disposées au contraire, à sçauoir que la derniere soit

la

la premiere, & la penultieſme ſoit la ſeconde, & ainſi des autres. Alors dis hardiment que les contant en celle façon la carte pensée tombera ſous le nombre des cartes par toy ſecrettement contées & tranſposées, puis luy demandant la quantieſme eſtoit la carte pensée, commence à conter tes cartes ainſi que i'ay dit à rebours, & ſur la premiere mets le nombre exprimant la quantieſme eſtoit la carte pensée, & ſuiuant l'ordre des nombres, & des cartes tu ne failliras iamais de rencontrer la carte penſee, lors que tu arriueras au nombre que tu auras dit.

DEMONSTRATION.

A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.	K.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

PRens les cartes A.B.C.D.E.F.G H.K.& que la premiere ſoit A, la ſeconde B. la troiſieſme C &c. & que la carte pensée ſoit la quatrieſme, à ſçauoir D. & ſuppoſons que tu ayes conté tout outre qu'il t'aura pleu, à ſçauoir iuſques à K. qui ſont 9. cartes. Alors ayant renuerſé ces 9. cartes & commençant à conter par la derniere, tu diras que la carte pensée viendra la neufuieſme. En apres tu demanderas la quantieſme eſtoit la carte pensée, & on te dira qu'elle eſtoit la quatrieſme, parquoy mettant quatre ſur le K. & cinq ſur H. & ſix ſur G. & ainſi conſecutiuement tu trouueras que le nombre 9. tombera infalliblement ſur la carte pensée D. Or la cauſe de cecy n'eſt pas trop cachée,

chée, car en contant les meſmes cartes par ordre, ſoit qu'on commence par vn bout, ſoit qu'on commence par l'autre, il y a touſiours le meſme nombre d'vn coſté & d'autre. Doncques il y a autant de cartes deſpuis D. iuſques à K, que deſpuis K. iuſques à D. Partant puis que mettant quatre ſur D. le neuf tombe ſur K. il eſt certain que ſi l'vn met quatre ſur K. il faudra que le neuf tombe ſur D. Parquoy la practique de ce probleme eſt ſuffiſamment demonſtrée.

ADVERTISSEMENT.

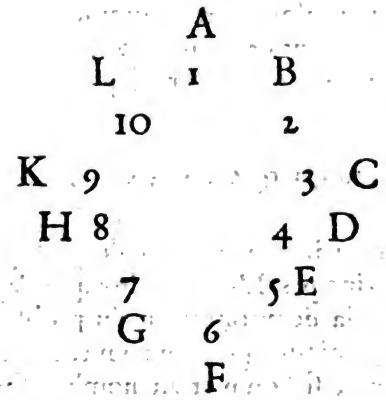
Quelques vns pratiquent ce ieu vn peu diuerſement & ſemble qu'ils le faſſent pour mieux couurir l'artifice. Car ils adiouſtent touſiours 1. au nombre des cartes qu'ils ont contées, & diſent que la carte penſée tombera ſoubs ce nombre là ainſi augmenté d'vn: mais alors ayant demandé la quantieſme eſtoit la carte penſée, ils ne commencent pas à conter par ce nombre là, mais par vn plus grand d'vne vnité, comme en l'exemple donné ayant cõté 9 cartes ils diront que la carte penſée viendra la dixieſme, mais ayant ſçeu qu'elle eſtoit la quatrieſme, ils mettront cinq ſur le K, ſix ſur H, ſept ſur G & ainſi conſecutiuement.

Or il appert aſſez que ceſte façon de faire reuient à celle que i'ay donné, car ſi on accroit eſgalement deux nombres, les ſommes garderont le meſme interualle, parquoy entre 5. & 10. il y a autant d'interualle qu'entre 4 & 9. Doncques ſi mettant 4 ſur K, le 9. tombe ſur D. comme i'ay preuué, il faut neceſſairement que mettant 5. ſur K. le 10. tombe ſur le meſme D.

PROBLE

PROBLEME XVIII.

De pluſieurs vnitez par ordre diſpoſées en rond, deuiner laquelle on aura penſé.



SOyent par exẽple dix vnitez A.B.C. D.E.F.G H.K. L. diſpoſées cõme tu vois, tellement que A ſoit la premiere, B la ſeconde, C. la troiſieſme &c. comme ſi c'eſtoyent dix cartes commençant par l'As, & ſuiuant par ordre iuſques à dix, & que quelqu'vn pẽſe celle qu'il voudra, puis qu'il en touche vne laquelle qu'il luy plaira. Lors au nombre de celle qu'il aura touchée adiouſte le nombre iuſte de toutes les vnitez, & luy fay conter à rebours iuſques à ceſte ſomme là, commẽçant par celle qu'il a touchée, & mettant ſur icelle ſecretement le nõbre de celle qu'il a penſé, & infalliblement à la fin il tombera ſur l'vnité penſée. Par exemple qu'il penſe le G. à ſçauoir 7. & qu'il touche le B. à ſçauoir 2. Adiouſte à 2. tout le nombre des cartes à ſçauoir 10. tu auras 12. dis luy qu'il conte iuſques à 12. commencant deſpuis B. & allant à rebours du

du costé de A. L. K &c. mettant le nombre pensé, à sçauoir 7. sur B. Ainsi 8. tombera sur A. & 9. sur L. & 10. sur K. & 11. sur H. & finalement 12. sur l'vnité pensée G. Le mesme aduiendroit quel nombre d'vnitez qu'il y eut, comme s'il y en auoit 15. tu adiousterois 15. au nombre de l'vnité touchée, & ferois conter iusques à telle somme, allant à rebours & commencant par l'vnité touchée, & mettant sur icelle le nombre de l'vnité pensée & ainsi des autres.

DEMONSTRATION.

LA demoustration de ce ieu est facile presupposant deux principes. L'vn est celuy que i'ay dess-ja apporté en la demonstratiou du probleme precedent, à sçauoir que plusieurs vnitez estãt disposées par ordre, si l'on met vn nombre sur la premiere, & que continuant à conter selon l'ordre naturel des nombres, il en tombe vn autre sur la derniere, le mesme nombre tomboit sur la premiere, si l'on met sur la derniere celuy la qu'on auoit mis sur la premiere, & qu'on conte à rebours.

L'autre principe est que plusieurs vnitez estant disposées en rond, si l'on commence à conter par quelqu'vne, & qu'on mette quelque nombre sur icelle, poursuiuant de conter en rond iusques à ce qu'on reuienne à celle par laquelle on a commencé, le nombre qui se fait adioustant tout le nombre des vnitez à celuy qu'õ aura mis sur ladite vnité, tombera sur la mesme vnité. Par exemple que l'on

l'on commence à conter despuis A, & que l'on mette 8 dessus. Il est euident que si l'on parfait le rond, en fin dessus le mesme A, il tumbera 18. qui se fait adioustant 8 au nombre des vnitez qui est 10.

Car commenceant à conter par vne des vnitez, & parfaisant tout le rond, on parcourt toutes les vnitez, parquoy c'est autant que prendre tout le nombre desdittes vnitez.

Or cela supposé, que quelcun ait pensé l'vnité G. à sçauoir 7. Alors celle qu'il touchera, ou ce sera la mesme, ou vne autre apres suiuante en l'ordre naturel des nombres, ou vne autre deuant.

Premierement qu'il ait touché la mesme, alors la chose est euidente. Car par la regle donnee il commẽcera à conter despuis le mesme G. iusques à 17, mettant 7 sur le mesme G, parquoy par le second presuppposé, le nombre 17. tumbera sur le mesme G.

Secondement qu'il ait touché vne vnité suiuãte comme L. alors adioustant le nombre des vnitez selon la regle au nombre de L, tu feras conter iusques à 20, mettant sur L le nombre pensé 7. Or est il que G, estant 7, & poursuiuant à conter par ordre, le nombre 10 tombe sur L. Doncques si sur L. nous mettons 7, en contant à rebours, & reuenant par le mesme chemin, le nombre 10 tumbera infalliblement sur G. par le premier presuppposé. Doncques le nombre 20. tombera aussi sur le mesme G. par le second presuppposé.

Finalement qu'il ait touché quelque vnité precedente comme B, alors adioustant 10 à 2, tu feras

Digitized by Google

conter iuſques à 12, mettant le nombre penſé 7, ſur B:& allant du coſté de A,L,K,R : Or eſt il que mettant 2. Deſſus B,& contant naturellement du coſté de C.D.R. le nombre 7. tombe ſur G;Doncques ſi l'on s'imagine que B ſoit 7,il s'enſuit qu'ó ſuppoſe que G. ſoit 2. par le premier preſuppoſé. Parquoy quād l'on met 7.deſſus B,& qu'on pourſuit à conter du coſté de A, c'eſt autant que ſi l'on auoit commencé a conter deſpuis G, mettant 2. ſur iceluy. Il eſt donc certain par le ſecond preſuppoſé que pourſuiuant a conter,& parfaiſant le rond,le nombre 12 tombera ſur le meſme G. Parquoy la prattique de ce ieu demeure parfaittement demonſtree.

ADVERTISSEMENT.

On peut en deux ſortes diuerſifier la prattique de ce ieu.

Premierement faiſant comme i'ay dit que quelques vns font au probleme precedent. Par exemple qu'on ait penſé 7, & touché B comme cy deſſus. Au lieu de faire conter iuſques a 12,comme la regle donnee enſeigne, ie feray conter iuſques a 13,qui eſt 1. plus:mais alors ſur l'vnité touchee B, ie ne feray pas mettre le nombre penſé 7, ains l'autre qui ſuit,à ſçauoir 8, & infalliblement le nombre 13. tombera ſur G. & il eſt certain que par ceſte façon l'on couure mieux l'artifice.

Secondement pour trouuer le nombre iuſques auquel ie veux faire conter. Ie puis au nombre de l'vnité touchee, adiouſter le nombre de toutes les vnitez non vne fois ſeulement,mais deux, trois, quatre ou pluſieurs fois.

Par

Par exemple le B. eſtant touché ie peux faire conter iuſques à 12, ou iuſques a 22. ou iuſques a 32. 42. Bx. & ainſi iuſques a quel autre nombre qui prouiendra adiouſtant a 2. quelque multiple de 10. & la raiſon eſt la meſme que celle que i'ay apportee au ſecond preſuppoſé, car ſur la meſme vnité que tombera 12, ſur la meſme, parfaiſant le rond tomberont auſſi 22. 32. 42. Bx.

Le meſme s'entend ſi l'on veut prattiquer le ieu en la façon cy deuant declaree. Par exemple le meſme B eſtãt touché, ſi l'on fait conter iuſques a 13, au lieu de 12, on peut auſſi faire conter iuſques a 23. 33. 43. Bx. & ainſi des autres vnitez.

Prens garde que ſi tu fais ce ieu auec dix cartes, il aura plus de grace, & l'artifice ſe cachera mieux ſi tu renuerſes les cartes, tellement qu'on ne voye pas comme elles ſont diſpoſees: mais il eſt neceſſaire que tu remarques la diſpoſition d'icelles, à fin de ſçauoir le nombre de la carte touchee, pour trouuer celuy iuſques auquel il faut faire conter.

PROBLEME XIX.

Si deux ont proposé entre eux, de dire chaſcun l'vn apres l'autre alternatiuement vn nombre à plaiſir, qui toutesfois ne ſurpaſſe point vn certain nombre prefix, pour voir adiouſtant enſemble les nombres qu'ils diront qui arriuera pluſtoſt à quelque nombre preſcrit; faire ſi bien qu'on arriue touſiours le premier au nombre deſtiné.

Digitized by Google

SOit 100. le nombre deſtiné, & que le nombre prefix, qu'on ne peut paſſer ſoit 10, ſi biẽ qu'il ſoit permis de dire 10. ou tout nombre moindre. Par exemple le premier die 7, le ſecond 10, qui font 17: puis le premier prenne 5, qui font 22: & le ſecond prenne 8, qui font 30: & ainſi touſiours l'vn apres l'autre alternatiuement prẽne vn nombre à plaiſir ne ſurpaſſant point 10. & qu'on adiouſte touſiours les nombres qu'ils diront iuſques à ce qu'on paruienne à 100. & que celuy qui dira le nombre accompliſſant 100, ſoit reputé pour vainqueur. Or pour vaincre infalliblement, adiouſte 1. au nombre qu'on ne peut paſſer, qu'eſt icy 10, tu auras 11, & oſte continuellement 11, du nombre deſtiné 100, tu auras ces nombres. 89. 78. 67. 56. 45. 34. 23. 12. 1. Partant ſi tu commẽces à dire 1. quel nombre que ton aduerſaire diſe, il ne te pourra empeſcher de paruenir a 12, & de là a 23, & de là, a 34, & de là, a 45, & de là, a 56, & de là, a 67, & de là, a 78, & de là, a 89, & finalement de là, a 100. Dont il appert que ſi les deux qui ioüent à ce ieu ſçauent tous deux la fineſſe infalliblement celuy qui commence emporte la victoire. Toutesfois ce n'eſt pas regle generale, car ſi l'on changeoit le nombre deſtiné à ſçauoir 100, ou le nombre qu'on ne peut paſſer à ſçauoir 10, la choſe pourroit aller autrement, comme ie declareray cy apres

DEMONSTRATION.

LA demonſtration de cecy eſt aſſez euidente, ſi l'on conſidere attentiuement la façon que i'ay

i'ay donné pour former la regle generale. Car en l'exemple propoſé (qui nous ſeruira pour tout autre) quand tu prens 11. ſurpaſſant d'vn le nombre 10. que l'on ne peut ſurpaſſer, & que tu l'oſtes de 100, dont il reſte 89; il appert que ſi tu dis 89, quoy que die ton aduerſaire, il ne te peut empeſcher de paruenir a 100. Car premierement quand il diroit le plus grand nombre qu'il puiſſe dire à ſçauoir 10, il ne peut paruenir a 100. d'autant qu'entre 89, & 100, l'interualle eſt 11. mais il ne paruiendra qu'a 99 & partant il ne te reſtera qu'vn pour accomplir 100.

Secondement quand il diroit le moindre qu'il puiſſe dire, à ſçauoir 1, tu ne lairras pourtant de gaigner, car il ne te reſtera que 10 pour paruenir a 100, d'autant que la difference de 89 à 100 eſtant 11, s'il adiouſte 1. a 89, il ne te faudra adiouſter que 10 pour parfaire 100.

Finalement quel autre nombre qu'il diſe entre 1, & 10, il eſt trop euident qu'a plus forte raiſon tu pourras accomplir 100. Pour la meſme cauſe ſi de 89 tu oſtes 11, dont il reſte 78, il appert qu'ayant pris 78. ton aduerſaire ne te peut empeſcher de venir à 86, & pour la meſme raiſon ayant dit 67, on ne te peut empeſcher de dire 78. & ainſi de tout les autres nombres aſſignez qui reſtent oſtant cõtinuellement 11. Doncques la regle eſt infallible & parfaittement demonſtree.

ADVERTISSEMENT.

On peut apporter de la diuerſité en la prattique de ce ieu.

Premierement à cause que le nombre destiné pour y paruenir, peut estre quel nombre que l'on voudra choisir, par exemple au lieu de 100, on se pourroit proposer 120, & alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent. 109. 98. 87. 76. 65. 54. 43. 32. 21. 10. Où il appert aussi que celuy qui commenceroit gaigneroit infalliblement.

Secondement pource que le nombre prefix que l'on ne peut passer, se peut aussi changer à plaisir. Par exemple voulant tousiours paruenir a 100. on pourroit pour le nombre prefix choisir 8. & alors les nombres qu'il faudroit remarquer seroyent 91. 82. 73. 64. 55. 46. 37. 28. 19. 10. 1. & celuy qui commenceroit gagneroit aussi. Mais si l'on prenoit 9 pour le nombre prefix, les nombres à remarquer seroyent 90. 80. 70. 60. 50. 40. 30. 20 10. Partant il appert que celuy qui commenceroit pourroit perdre, si l'autre entendoit le secret du ieu, d'autant que le premier ne pouuant passer 9, ne pourroit paruenir à 10, & ne pouuant dire moins que 1, il ne pourroit empescher que l'autre ne paruint à 10. & partant il ne pourroit empescher qu'il ne paruint à tous les autres nombres consecutiuement & finalement a 100.

Mais il est certain que tous ces ieux ne se font pas ordinairement auec ceux qui les sçauent desia, ains auec ceux qui les ignorent, Partant si ton aduersaire ne sçait pas la finesse du ieu, tu ne dois pas prendre tousiours tous les nombres remarquables & necessaires, pour gaigner infalliblement, car faisant ainsi tu descouuriras trop l'artifice, & s'il est homme de bon esprit il remarquera tout incõtinent ces nombres là, voyant que tu choisis tousiours les mesmes; mais au commencement tu peux dire a la volee des autres nombres, iusques à ce que tu approches

Digitized by Google

ches du nombre deſtiné, car alors tu pourras ſubtilement accrocher quelcun des nombres neceſſaires de peur d'eſtre ſurpris.

PROBLEME XX.

Eſtant proposé quelque nombre d'vnitez diſtinguees entre elles, les diſpoſer & ranger par ordre en telle ſorte, que reiettant touſiours la neufuieſme, ou la dixieſme, ou la tantieſme que l'on voudra, iuſques à vn certain nombre, les reſtantes ſoyent celles que l'on voudra.

ON a accouſtumé de propoſer ce probleme en ceſte ſorte. Quinze Chreſtiens & quinze Turcs ſe treuuent ſur mer dans vn meſme nauire, & s'eſtant eſleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il eſt neceſſaire de ietter dans la mer la moitié des perſonnes qui ſont en la nef, pour ſauuer le reſte. Or cela ne ſe peut faire que par ſort; Partant on eſt d'accord que ſe rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on iette chaſque neufuieſme dans la mer iuſques à ce que de 30. qu'ils ſont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit diſpoſer pour faire que le ſort tombat ſur les 15. Turcs ſans perdre aucun des Chreſtiens. Pour faire cecy promptement remarque ces deux vers.

Mort tu ne falliras pas.
En me liurant le treſpas.

Et pren garde ſeulement aux voyelles a e i o u.

T'imaginant que la premiere a, vaut vn; la seconde e, vaut 2; la troisiesme i, vaut 3; la quatriesme o, vaut quatre; & la cinquiesme u, vaut 5; & d'autant qu'il faut commencer par les Chrestiens, en la premiere syllabe (Mort) la voyelle o te monstre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chrestiens: en la seconde syllabe (Tu) la voyelle u te monstre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainsi (ne) signifie 2. Chrestiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chrestiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chrestien; (en) 2 Turcs; (me) 2 Chrestiens; (li) 3. Turcs: (urant) vn Chrestien; (le) 2 turcs; (tres) 2 Chrestiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le mesme en tout nombre despend de ce que ie diray en la demonstration.

DEMONSTRATION.

VOulant faire ce ieu en quel nombre que ce soit, par exemple en 30. imagine toy 30. vnitez toutes semblables comme celles que tu vois icy descrites, & commençant à conter par la premiere, mar-

| o o o o o o o o ô o o ô o o o |
| o o ô o o o o o o o o ô o o o |

que la neufuiesme ou la trantiesme que l'on voudra auec quelque signe comme mettant dessus cette marque, puis conte despuis celle que tu as marquée, de la mesme façon, & marque aussi la neufuiesme, & continue a faire le mesme recommençant quand tu seras au bout, & sautant toutes celles que tu auras des ja marquees, iusques à ce que tu en ayes marqué le nombre requis, comme

en

en l'exemple propoſé, iuſques à ce que tu en ayes marqué quinze; car alors toutes les vnitez marquées ſeront celles qu'il faudra rejetter; & les autres, celles qui demeureront. La raiſon en eſt bien euidente. Parquoy ſi tu remarques la diſpoſition deſdictes vnitez, à ſçauoir comment les marquées ſont diſpoſées parmi les nō marquées, tu feras aiſément vne regle pour quel nombre que ce ſoit.

ADVERTISSEMENT.

Il eſt aiſé à voir que ce ieu ſe peut prattiquer fort diuerſement. Car premierement, le nombre des vnitez peut eſtre tel que l'on veut, par exemple au lieu de 30. on en pouuoit mettre 40. 50. 60. ou plus, ou moins. Secondement au lieu de rejetter touſiours la neufuieſme, on peut reietter la ſixieſme, la dixieſme, ou la trantieſme que l'on voudra.

Finalement au lieu d'en rejetter autant qu'il en demeure on peut n'en rejetter que tant peu que l'on voudra, tellement qu'il en demeure dauantage, ou bien en reietter ſi grand nombre qu'il en demeure beaucoup moins, comme en l'exemple donné, ſuppoſant qu'il y eut eu dans la nef 6 Turcs ſeulement, & 24 Chreſtiens, & que pour deſcharger le vaiſſeau, il n'en eut fallu ietter en mer que la cinquieſme partie des perſonnes à ſçauoir 6. on les eut peu diſpoſer de ſorte, que le ſort fut tombé ſeulement ſur les 6. Turcs. De meſme s'il y auoit 20 Turcs, & 10. Chreſtiens, & qu'il en falluſt oſter les $\frac{2}{3}$. On les pourroit diſpoſer en telle façon que les 20. Turcs s'en iroyent, & les 10. Chreſtiens demeureroyent.

Or comme i'ay touché en la preface de cette œuure, c'eſt

par ceste inuention que Iosephe se sauua tressubtilement dans Iotapata ainsi qu'õ recueillit euidemment des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. Liure de la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il ne particularize pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut 40. Soldats qui se sauuerent auec Iosephe dans le lac, si bien qu'à conter ledit Iosephe ils estoyent en tout 41. Partant supposons qu'il ordonna que contant de trois en trois, on tueroit tousiours le troisiesme : il est certain que procedant de la sorte, en fin il en deuoit rester deux; parquoy tout le but de Iosephe deuoit estre de se glisser subtilement en la place d'vn de ces deux là. Or si tu veux sçauoir de 41. personnes disposées par ordre, reiettant tousiours la troisiesme, en quelles places seront les deux qui doiuent rester à la fin, tu te peux seruir de la regle que i'ay donnée en la demonstration, & tu trouueras que c'est en la seziesme & trente-vniesme place.

PROBLEME XXI.

Plusieurs nombres inesgaux estant proposez, diuiser chascun d'iceux en deux parties, & treuuer deux nombres desquels l'vn multipliant vne desdictes parties, & l'autre multipliant l'autre; la somme des deux produits se treuue par tout la mesme.

CE Probleme coustumierement se propose en ceste sorte. Trois femmes vendent des pom- au marché; la premiere en vend 20. la seconde 30.

la

la troiſieſme 40. Et elles vendent tout à vn meſme prix, & rapportent chaſcune la meſme ſomme d'argent, on demande comme cela ſe peut faire.

Il eſt certain que prenant cecy cruement comme il eſt proposé, & s'imaginant qu'elles ayent vendu toutes leurs pommes à vn ſeul prix, & à vne ſeule fois, la choſe eſt impoſſible, car en ceſte façon il ne peut eſtre que celle qui a plus grand quantité de pommes, ne rapporte d'auantage d'argent. Mais il ſe doit entendre, quelles vendent à diuerſes fois, & à diuers prix, bien qu'a chaſque fois elles vendent chaſcune à vn meſme prix. Par exemple mettons que la premiere fois elles vendent 1. denier la pomme, & qu'à ce prix la premiere femme vende 2. pommes la ſeconde 17. la troiſieſme 32. Alors la premiere femme aura 2. deniers, la ſeconde 17. & la troiſieſme 32. Puis ſuppoſons qu'à la ſeconde fois elles vendent le reſte de leurs pommes 3. deniers la pomme, alors la premiere pour 18 pommes qui luy reſtent, aura 54 deniers. La ſeconde pour 13. pommes qui luy reſtent, aura 39. deniers. La troiſieſme pour 8. pommes qui luy reſtent, aura 24. Or qu'on aſſemble tout l'argent de la premiere, à ſçauoir 2. & 54. & tout celuy de la ſeconde, à ſçauoir 17 & 39. & finalement celuy de la troiſieſme, à ſçauoir 32 & 24. on treuuera que chaſcune rapporte 56. deniers. Partant il appert qu'en ſemblables queſtiõs, le tout, giſt à diuiſer les trois nombres propoſez en deux parties, & treuuer deux nombres dont l'vn multipliant vne deſdictes parties, & l'autre l'autre, la ſomme des deux produicts ſoit la meſme

me par tout. Pour faire cecy i'ay inuenté la regle ſuiuante generale & infallible perſonne par cy deuant ne s'en eſtant auisé que ie ſçache.

Pren les differences du moindre nombre des propoſez auec les plus grands, comme en l'exemple donné pren la difference de 20. à 30. & celle auſſi de 20 à 40. tu auras 10. & 20. Cela fait, regarde quels nombres ces differences ont pour commune meſure, comme 2. 5. 10. & choiſis pour tes multiplicateurs quelques deux nombres, dont l'interualle ſoit 2. ou 5. ou 10. Comme 1 & 3. ou 1. & 6. ou 2. & 7. ou 1. & 11. Par exemple choiſis 1 & 3. Alors par l'interualle d'iceux qui eſt 2. diuiſe la difference de 20. à 40. (à ſçauoir 20) & par le quotient 10. multiplie à part les deux nombres 1 & 3. tu auras 10 & 30. Partant diuiſe le moindre des nombres propoſez, à ſçauoir 20. en deux telles parties que tu voudras, pourueu que la plus grande ſurpaſſe 10. le moindre des deux 10. & 30. Par exemple diuiſe 20 en 3. & 17. & adiouſte 30. à la moindre, oſte 10 de la plus grande, tu auras 33 & 7. les deux parties cherchées de 40. ſemblablement pour trouuer les deux parties de 30. tu procederas ainſi. Diuiſe la difference de 20 à 30. (à ſçauoir 10) par l'interuale qui eſt entre 1 & 3. (à ſçauoir par 2) le quotient ſera 5. qui multiplie par 1. & 3. donnera 5. & 15. Partant puis que 20. eſt deſ-ja diuiſé en 3. & 17. adiouſte comme auparauant 15. au moindre & ſouſtrai 5. du plus grand, tu auras 18. & 12. les deux parties de 30. que tu cherches. Doncques tu as diuiſé les trois nombres propoſez comme il faut, à ſçauoir le premier en 3. & 17. le ſecond en 18. & 12. le troiſieſme en 33 & 7. & multipliant l'vne de ces parties par 1. l'autre par 3. la ſomme des deux produicts eſt par tout 54.

Que

Que ſi au lieu de 1 & 3. tu choiſis pour multiplicateurs 2 & 7. par leur interualle 5. diuiſe la plus grande difference 20. viendra 4. qui multiplié par 2. & 7. donnera 8. & 28. Partant diuiſe 20. le moindre des nombres propoſez en deux telles parties, que la plus grande ſurpaſſe 8. par exemple diuiſe 20. en 8. & 12. & à la moindre adiouſte 28. de la plus grande oſte 8. tu auras 36. & 4. les deux parties de 40. ſemblablement par l'interualle 5. diuiſe la moindre difference 10. viendra 2. qui multiplie par 2. & 7. donnera 4. & 14. Partant les deux parties de 20. eſtant 8. & 12. adiouſte 14. à la moindre & oſte 4 de la plus grande, tu auras 22. & 8. les deux parties de 30. Doncques les trois nombres ſont diuiſez comme il faut, le premier en 8 & 12. Le ſecond en 22. & 8. Le troiſieſme en 36. & 4. & multipliant l'vne des parties par 2. l'autre par 7. la ſomme des deux produicts eſt par tout 100.

Que ſi tu prens pour multiplicateurs 1 & 11. dont l'interualle eſt 10. diuiſe la plus grande difference 20. par l'interualle 10. le quotient ſera 2. qui multipliant 1. & 11. donnera 2. & 22. partant diuiſe le moindre des nombres propoſez en deux parties, dont la plus grande ſurpaſſe 2. comme en 6. & 14. & à la moindre adiouſte 22. oſte 2. de la plus grande, tu auras 28. & 12. pour les parties de 40. Et par le meſme interualle 10. diuiſant la moindre difference 10. vient 1. qui multiplié par 1. & 11. donne 1. & 11. Partant les parties de 20. eſtant 6. & 14. adiouſte 11 à la moindre, oſte 1. de la plus grande, tu auras 17. & 13. pour parties de 30. Donc le premier eſt diuiſé en 6. & 14. Le ſecond en 17. & 13. Le troiſieſme en 28. & 12. Et multipliant l'vne de ces parties par 1. l'autre par 11. la ſõme des deux produits eſt par tout 160.

DEMONS

DEMONSTRATION.

A 20.		B 30	P 2.		Q 108.		
C 10.			H 2.		*K* 18.		
D 5.			L 12.		M 2.		
E 6.	F 1.		N 14.		O 16.		
G 2.			R 14.		T 96.		

SOyét propoſez les deux nombres *A. B.* pour les diuiſer en la façon requiſe. Leur difference ſoit C. qui ſoit meſuree par le nombre D. & prens deux nombres E.F.dont l'interualle ſoit D. & diuiſans C. par D. ſoit le quotiét G.qui multipliát les deux E.F.produiſe les deux L.M.& diuiſans A.le moindre des deux nombres propoſez en deux parties H.K.telles qu'on voudra, pourueu que de la plus grande *K*.on puiſſe ſoubſtraire M. le moindre des deux L.M.& adiouſtát enſemble H.L.ſoit la ſomme N.puis oſtát M.de *K*.ſoit le reſte O. ie dis que N. O. ſont les parties de B. qui multipliees l'vne par E. l'autre par F.produiſent deux nombres, dót la ſomme eſt eſgalé à la ſomme des deux qui ſe produiſent,multipliant H.*K*.les parties de A. (par la conſtruction)par les meſmes nombres E.F. Car premierement que N. O. ioints enſemble ſoient eſgaux à B.Ie le preuue.

Puis que D. eſt l'interualle des nombres E. F. il eſt certain que D. F. enſemble ſont eſgaux au nombre E. parquoy par le 1.du 2. le nombre qui ce fait multipliát E.par G. aſçauoir L.eſt eſgal aux deux qui ſe produiſent, multipliant par le meſme G.les deux D.F.aſçauoir aux deux C.M. Partát C.eſt

C.eſt l'interualle des deux L.M.Parquoy ſi aux deux H.*K*.nous adioutons L,& que nous en oſtiõs M,c'eſt autant que ſi aux deux H,*K*, nous adioutions ſeulement le nombre C.Or de ceſte additiõ & de ceſte ſoubſtractiõ prouienent les deux N.O, doncques N.O.ſont eſgaux aux nombres H*K*, auec le nombre C.Partant puiſque H.*K*.ſont eſgaux à A,& que A C,ſont eſgaux à B, Il eſt euident que N O.ſont eſgaux a B.Ce qu'il falloit preuuer.

Secondement qu'on multiplie H par F,& ſoit le produit P.qu'on multiplie *K*.par E,& ſoit le produit Q. D'autre coſté qu'on multiplie auſſi N.par F, & ſoit le produit R.qu'on multiplie O par E. & ſoit le produit T.Ie dis que les deux produits P.Q.ioints enſemble,ſont eſgaux aux deux R.T. Car puiſque H L,enſemble ſont eſgaux à N, Le nombre.qui ſe fait multipliãt N par F(aſçauoir R) eſt eſgal aux deux qui ſe font multipliant par le meſme F,les deux H L,Or multipliant H par F.le produit eſt P,Dont R.eſt eſgal a P,& au produit de la multiplication de L.par F. Semblablement puiſque K.eſt eſgal aux deux M O,Le nombre Q. qui ſe faict multipliant*K*.par E,eſt eſgal aux deux qui ſe font multipliant par le meſme E,les deux M O,or multipliant O par E,le produit eſt,T,dõc ques Q.eſt eſgal à T,& au produit de la multiplication de M.par E.Partant R.Surpaſſe P.du produit de L par F. & Q. ſurpaſſe T, du produit de M par E. Or ces deux produicts ſont eſgaux (car puis que le meſme G multipliant E F, produict L M, il y a telle proportion de E à F, que de L.

à M,

a M, parquoy il se produit le mesme nombre multipliant E par M, & multipliant F par L, par la 19. du 7. Doncques R surpasse P. du mesme nombre, dont Q. surpasse T. partant il est euident que P. ensemble, sont la mesme somme que R T. Ce qu'il falloit demonstrer.

La mesme raison, & la mesme façon de faire a lieu si les nombres proposez sont plus de deux: car selon la reigle on compare tousiours chascun des plus grands auec le moindre. Partant la demonstration est generale.

ADVERTISSEMENT.

Il faut icy remarquer deux choses, pour ne tomber pas en quelque inconuenient.

La premiere est, que comme la question se propose ordinairement, il faut euiter les fractions, & donner la solution en nombres entiers, qui est la cause qu'il est presque necessaire que les differences des nombres proposez ayent quelque commune mesure, car autrement diuisant, comme enseigne la regle, quelqu'vne des differences par vn nombre qui ne la mesureroit pas, le quotient ne seroit pas entier, & partant le plus souuent en tout le reste de l'operation les fractions se trouueroyent entremeslées. I'ay dit que cela estoit presque necessaire, car quelquesfois il peut arriuer que bien que les susdictes differences n'ayent point de commune mesure que l'vnité, toutesfois la solution se peut donner en nombres entiers, pourueu que le moindre des nombres proposez surpasse au moins de 2. la plus grande difference. Par exemple soyent les trois nombres proposez 20. 25. 32. bien que les differences 5. & 12.

n'ayent

n'ayent point de commune mesure que l'unité, neanmoins pource que 20 surpasse de beaucoup 12. on pourra fort bien soudre la question, prenant pour multiplicateurs deux nombres, dont l'internalle soit 1. comme 1 & 2. Que si tu procedes selon la regle, & que tu fusses 4. & 16. les deux parties de 20. tu trouueras 14. & 11. pour les parties de 25. & 28. & 4. pour les parties de 32. & tousiours l'une d'icelles multipliée par 1. l'autre par 2. la somme des deux produicts sera 36.

La seconde chose digne de remarque est, qu'il faut auec grand esgal choisir des multiplicateurs dont l'internualle soit vn nombre mesurant les differences. Car pour ne tomber point en inconuenient, il faut que lesdicts multiplicateurs soyent tels que par leur internualle diuisant la plus grande difference, & par le quotient multipliant le moindre desdicts multiplicateurs, le produit se treuue au moins moindre de 2. que le moindre des nombres proposez. Partant les nombres proposez estant 20. 30. 40. & les differences 10. & 20. encor que 2. soit leur commune mesure, si ne m'est-il pas permis de choisir pour multiplicateurs tous nombres dont l'internualle soit 2. car si ie pren 3. & 5. diuisant par l'internuale 2. la difference 20. le quotient est 10. qui multiplie par 3. fait 30. qui est plus grand que le moindre des nombres proposez (à sçauoir que 20) parquoy la question est insoluble par ce moyen & la cause de cecy est assez euidente par la regle donnée, & par la demonstration d'icelle. Car il faudroit diuiser 20. en deux telles parties, que de la plus grande on peut oster 30. Ce qui est manifestement impossible. Dont aussi on peut comprendre la raison de ce que i'ay dit, qu'il est necessaire que le moindre des nombres proposez surpasse, pour le moins de 2. le produit de la mul-

tiplication du moindre multiplicateur, par le quotient de la diuision. Car il faut diuiser le moindre des nombres proposez en deux telles parties, que de la plus grande on puisse oster ledit produit. Or la plus grande partie d'vn nombre (ne voulant point admettre les fractions) c'est ce qui reste ostant 1. dudict nombre. Par exemple la plus grande partie de 20. sans fraction, c'est 19. diuisant 20. en 1. & 19. Doncques puis que le produit de la multiplication susmentionné doit estre moindre que 19. il est force que pour le moins il soit moindre de 2. que 20.

Par tout ce qui a esté dict, on voit assez que ce probleme se peut practiquer en beaucoup de façons differentes, & peut receuoir beaucoup de solutions. Car premierement sans changer les nõbres proposez on peut bien souuent choisir beaucoup de differens multiplicateurs obseruãs les conditions requises. Secondemẽt encore retenãt les mesmes multiplicateurs, la questiõ peut receuoir differentes solutions, selon qu'on diuisera le moindre des nombres proposez en differentes parties, ce qui se peut faire bien souuent en beaucoup de sortes, car il n'importe en quelle façon, on les diuise, pourueu que la plus grande partie soit tousiours plus grande, que le produit de la multiplication susmentionné. Troisiesmement, ayant vne fois choisi des multiplicateurs à propos, & diuisé les nombres proposez en parties propres à soudre la question, retenant les mesmes parties, tu peux changer de multiplicateurs, prenant deux autres nombres quelconques en mesme proportion, comme au lieu de 1 & 3 prenant 2 & 6. ou 5. & 9. &c.

Finalement ceste regle ne s'estend pas seulement à trois nombres, mais elle se peut practiquer en toute multitude de nombres, pourueu qu'on obserue tousiours les conditions requises, car on pourroit proposer tels nombres, que la so-

lution

lution seroit impossible, comme qui proposeroit 20. 30. 41.

PROBLEME XXII.

De trois choses & de trois personnes proposées, deuiner quelle chose aura esté prise par chasque personne.

IMagine toy que des trois personnes l'vne est premiere, l'autre seconde, l'autre est troisiesme, & semblablement des trois choses fais en vne premiere, l'autre seconde, l'autre troisiesme. Puis prenant 24. gettons donne 1. getton à la premiere personne, deux à la seconde, trois à la troisiesme, & laissant les 18. gettons restans sur la table, permets qu'à ton insçu chasque personne prenne celle des trois choses qu'elle voudra, cela faict donne que la personne qui a pris la premiere chose, prenne des gettons restans autant que tu luy en as donné, & que la personne qui a pris la seconde chose, prenne des gettons restans deux fois autant que tu luy en as donné; & que la personne qui a pris la troisiesme chose prenne des gettons restans, quatre fois autant que tu luy en as donné. Alors demande le reste des gettons, & prens garde qu'il n'en peut rester que 1. ou 2. ou 3. ou 5. ou 6. ou 7. iamais 4. Partant pour ces six façons differentes remarque ces six paroles.

Parfer, Cesar, Iadis, deuint, si grand, Prince.

Que s'il reste 1 getton tu te seruiras de la pre-

miere, s'il en reste 2. tu te seruiras de la seconde, s'il reste 3. gettons, tu te seruiras de la troisiesme, s'il reste 5. gettons tu prendras la quatriesme & ainsi consecutiuement. Or pour t'en seruir tu dois remarquer, qu'en chasque parole il y a deux syllabes dont la premiere signifie la premiere personne & la seconde signifie la seconde personne; semblablement pren garde aux voielles *a e i*. Car *a*. signifie la premiere chose, *e* la seconde, *i* la troisiesme, parquoy selon que tu trouueras vne de ces voielles en vne des syllabes, tu dois iuger qu'vne telle chose est entre les mains d'vne telle personne. Par exemple supposons qu'il reste 3. gettons & que partant il te faille seruir de la troisiesme parole *Iadis*. Alors dautant que la premiere voielle *a* est en la premiere syllabe, tu diras que la premiere personne a la premiere chose, & pource que la troisiesme voielle *i*, est en la seconde syllabe, tu diras que la seconde personne a la troisiesme chose. Et scachant ce qu'ont la premiere & seconde personne, tu scais bien ce qu'a la troisiesme.

DEMONSTRATION.

IL faut en premier lieu demonstrer que 3 personnes ne peuuent prendre 3 choses qu'en six façons differentes, & cecy se preuue ainsi. Premierement deux personnes prenant deux choses ne peuuent changer qu'en deux façons, car ou la premiere personne a la premiere chose, & la seconde personne a la seconde chose, ou bien la premiere personne a la seconde chose, & la seconde perſonne

ne a la premiere choſe. Cela ſuppoſé quand il y a trois perſonnes & trois choſes, quel changement qu'on ſe puiſſe imaginer, il faut neceſſairemẽt que l'vne des trois choſes, par exemple la premiere, ſe treuue entre les mains de la premiere perſõne, ou de la ſeconde, ou de la troiſieſme. Or la premiere choſe eſtant entre les mains de la premiere perſonne, les autres deux perſonnes ne peuuẽt changer qu'en deux façõs, cõme i'ay deſia preuué: ſemblablement la meſme choſe eſtant entre les mains de la ſeconde perſonne, les autres deux perſonnes ne peuuent chãger qu'en deux façons, & par meſme raiſon la meſme choſe eſtant entre les mains de la troiſieſme perſonne, les autres deux ne peuuent changer qu'en deux façons. Doncques tous ces differens changemens ne peuuent eſtre que 2. fois 3. à ſçauoir 6. Ce qu'il falloit preuuer. Or que la regle que i'ay donnee pour ſignifier chaſcune de ces ſix façons ſoit bonne & infallible, ie le preuue aiſément. Car ſuppoſons.

Premierement que la premiere perſonne ait la premiere choſe; la ſeconde perſonne la ſeconde choſe; & la troiſieſme perſonne la troiſieſme choſe. Alors ſelon la regle, la premiere perſonne prendra 1. des 18. getrons reſtans (à ſçauoir vne fois autant que tu luy en as donné) la ſeconde perſonne en prendra 4 (à ſçauoir deux fois autant que tu luy en as donné) & la troiſieſme perſonne en prẽdra 12 (à ſçauoir quatre fois autant que tu luy en as donné) partant la ſomme de tous ces getrons eſtant 17. il appert qu'il ne reſtera qu'vn getton. Donc en tel cas tu te ſeruiras fort à propos de la

premiere parole *Parfer.* qui monstre vne telle disposition.

Secondement que la premiere personne ait pris la seconde chose, la seconde personne ait pris la premiere chose, & la troisiesme personne la troisiesme chose. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde personne en prendra aussi 2, & la troisiesme en prendra 12. & la somme de tous ces gettons est 16, qui ostee de 18, reste 2. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la seconde parole *Cesar.*

Troisiesmement que la premiere personne ait la premiere chose, la seconde personne ait la troisiesme & la troisiesme ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 1. getton, la seconde 8. la troisiesme 6. qui tous ensemble font 15. qui osté de 18. reste 3. Partant en ce cas tu te seruiras fort bien de la troisiesme parole *Iadis.*

Quatriesmement que la premiere personne ait la seconde chose, la seconde personne ait la troisiesme, & la troisiesme personne ait la premiere. Alors la premiere personne prendra 2. gettons, la seconde 8. la troisiesme 3. qui tous ensemble font 13. qui osté de 18. reste 5. Partant en tel cas tu te peux seruir de la quatriesme parole *Deuint.*

Cinquiesmement que la premiere personne ait la troisiesme chose, la seconde personne ait la premiere chose, & la troisiesme personne ait la seconde. Alors la premiere personne prendra 4. gettons, la seconde 2, & la troisiesme 6, qui tous ensemble font 12. qui osté de 18, reste 6. Partant en tel cas tu te peux bien seruir de la cinquiesme

parole

parole ſi *grand.*

Sixieſmement que la premiere perſonne ait la troiſieſme choſe; la ſeconde perſonne ait la ſeconde, & la troiſieſme perſonne ait la premiere. Alors la premiere perſonne prendra 4. gettons, la ſeconde 4, & la troiſieſme 3, qui tous enſemble font 11, qui oſté de 18, reſte 7. Partant en tel cas tu te ſeruiras fort à propos de la ſixieſme parole. *Prince.*

1.	a.	e.	i.
2.	e.	a.	i.
3.	a.	i.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	a.	e.
7.	i.	e.	a.

Que ſi tu veux auoir deuant les yeux ces ſix differentes diſpoſitions, tu les peux voir en la figure cy apposee, où eſt marqué à coſté de chaſque diſpoſition le nombre des gettons qui reſtent.

ADVERTISSEMENT.

Quelques vns prattiquent ce ieu vn peu differemmẽt, car ils donnent vn getton à la premiere perſonne, deux à la ſeconde, & quatre à la troiſieſme, partant les gettons reſtans ne ſont que 17. Puis ils ordonnent que celuy qui a la premiere choſe, prenne des gettons reſtant autant qu'il en a receu; & que celuy qui a la ſeconde choſe, prenne des gettons reſtans deux fois autant qu'il en a; & que celuy qui a la troiſieſme choſe, prenne des gettons reſtans trois fois autãt qu'il en a; & faiſant en ceſte façon, ou vrayement il ne reſte point de

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

0.	a.	e.	i.
1.	e.	a.	i.
2.	a.	i.	e.
4.	i.	a.	e.
5.	e.	i.	a.
6.	i.	e.	a.

getton, ou il en reste 1, ou 2, ou 4, ou 5, ou 6, & iamais 3. Pour les dispositiõs, il n'y a que la quatrieſme & la cinquieſme qui changent de place, la quatrieſme deuenant cinquieſme, & la cinquieſme deuenant quatrieſme, comme tu peux voir en la figure cy apposee, & l'experience t'en rendra certain.

Or pluſieurs ont laiſsé par eſcrit cy deuant ceſte façon de faire ce ieu en trois perſonnes & trois choſes. Mais perſonne que ie ſçache n'a encor donné regle certaine pour faire le meſme en quatre perſonnes & en quatre choſes. Partant ie veux icy adiouſter ceſte petite inuentiõ. & premierement ie ſuppoſe que les differentes diſpoſitions de quatre choſes prinſes par quatre perſonnes, ne peuuent eſtre en tout que 24. Ce qui ſe preuue aiſément tout ainſi que i'ay preuué cy deſſus, que les diuerſes diſpoſitions de trois choſes ne ſont que 6. Car il faut de neceſſité qu'vne des quatre choſes (comme la premiere) ſoit entre les mains de l'vne des quatre perſonnes: & icelle choſe eſtant entre les mains de la premiere perſonne, les autres trois ne peuuent changer qu'en 6. façons comme i'ay preuué cy deſſus. Semblablement la meſme choſe, eſtant entre les mains de la ſeconde perſonne, les autres trois peuuent changer en 6. façons ſeulement. & le meſme aduiendra quand laditte choſe ſera entre les mains de la troiſieſme perſonne, ou de la quatrieſme. Partant il eſt euident que toutes ces differentes diſpoſitions, ne peuuent eſtre que 4. fois 6; à ſçauoir 24.

Cela ſuppoſé pren 88 gettons, donnant 1. d'iceux à la premiere perſonne; 2. à la ſeconde; 3. à la troiſieſme; & 4. à la

à la quatrieſme; qui tous enſemble font 10; parquoy il en reſtera 78. Alors quand chaſque perſonne aura pris la choſe qu'elle voudra, ordonne que celuy qui a pris la premiere choſe, prenne des gettons reſtans autant qu'il en a, & que celuy qui a pris la ſeconde choſe prenne des gettons reſtans quatre fois autant qu'il en a; & que celuy qui a pris la troiſieſme choſe, en prenne ſeize fois autant qu'il en a. Puis ſans rien dire de celuy qui a pris la quatrieſme choſe demande le reſte des gettons; car ou il n'ẽ reſtera point, ou il en reſtera vn nombre exprimé par vn de ceux que tu vois icy cottez. Partant ſelon le nombre des gettons qu'il reſtera, ſers toy de la diſpoſition des voyelles a e i o qui reſpond audit nombre en la figure apposee. & bien que ie ne mette que trois voyelles en chaſque diſpoſition, cela n'importe rien, car ſçachant les choſes priſes par les trois premieres perſonnes, il eſt euident que la quatrieſme perſonne ne peut auoir que l'autre choſe qui reſte. Par exemple ſuppoſons qu'il reſte 22. gettons; Regarde les voyelles qui ſont à l'endroit de

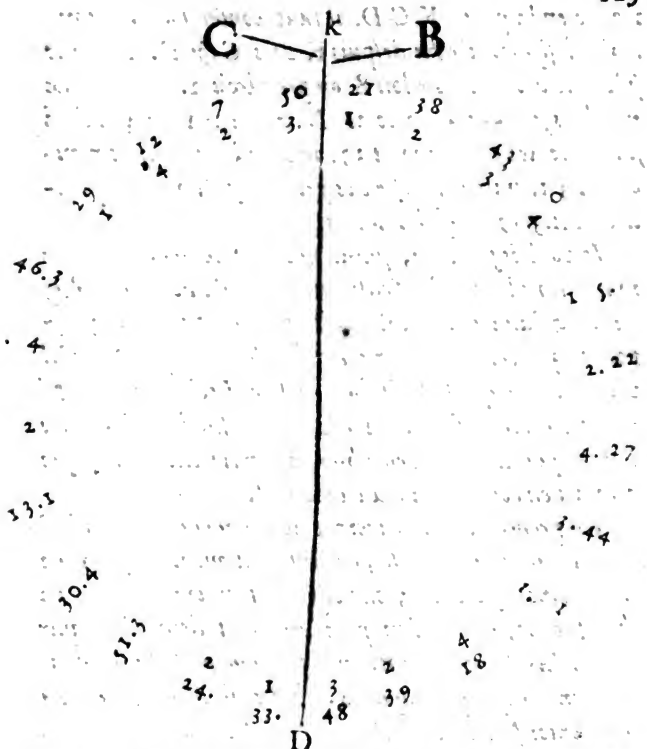
0.	o. a. e.
1.	a. o. e.
3.	o. e. a.
5.	a. e. o.
7.	e. o. a.
8.	e. a. o.
12.	o. a. i.
13.	a. o. i.
18.	o. e. i.
21.	a. e. i.
22.	e. o. i.
24.	e. a. i.
27.	o. i. a.
29.	a. i. o.
30.	o. i. e.
33.	a. i. e.
38.	e. i. o.
39.	e. i. a.
43.	i. o. a.
44.	i. a. o.
46.	i. o. e.
48.	i. a. e.
50.	i. e. o.
51.	i. e. a.

22.à ſçauoir e.o.i. Car elles ſignifient que la premiere perſonne a la ſeconde choſe, & que la ſeconde perſonne, a la quatrieſme choſe, & que la troiſieſme perſonne, a la troiſieſme choſe, dont s'enſuit que la quatrieſme perſonne a la premiere choſe.

Quant à la demonſtration de ceſte regle, elle n'eſt point differente de celle que i'ay donné cy deuant en trois choſes, & trois perſonnes. Parquoy ie ne la coucheray point au long pour euiter prolixité.

Que ſi ie ne forme pas des mots qui exprimẽt ces differentes diſpoſitions, c'eſt d'autant que cela ſeroit inutile. Car il ne ſeruiroit rien de ſçauoir les diuerſes diſpoſitions ſi l'on ne ſçait les nombres des gettons qui reſtẽt reſpondant aux dittes diſpoſitions. Or eſt-il qu'il eſt preſque impoſſible de ſe ſouuenir de ces nombres là, pource qu'ils ne gardent ni ordre, ni proportion entre eux, & que leur multitude offuſque la memoire. Partant il eſt neceſſaire à celuy qui voudra prattiquer ce ieu, d'auoir deuant ſes yeux la figure appoſee, laquelle il pourra eſcrire en vn morceau de papier pour s'en ſeruir au beſoing.

On pourra auſſi ſe ſeruir facilement de ces meſmes nombres diſpoſez en cercle, contenant au dedans les quatre nombres 1. 2. 3. 4. ſignifiant les quatre choſes. Car ſçachant le reſte des gettons, il faut chercher au cercle dehors le nombre d'iceluy reſté, & prendre le nombre qui luy reſpond au cercle dedans, auec les deux nombres ſuiuants, comme ſi le reſte des gettons eſt 43, on prendra 43. au cercle dehors, puis on prendra le 3. qui luy reſpond au dedans, auec les deux nombres ſuiuans, qui ſont 4. & 1. Par ainſi ces trois nombres 3.4.1. ainſi diſpoſez, ſignifient que quand il reſte 43. gettons, la premiere perſonne, a la troiſieſme choſe, la ſeconde



conde perſonne, a la quatriesme choſe, & la troiſieſme perſonne a la premiere choſe; dont s'enſuit que la quatriesme perſonne a la ſeconde choſe. Mais il ſe faut prendre garde à la ligne K D, qui diuiſe le cercle en deux parties eſgales. Car ſi le nombre des getons reſtans ſe treuue en la partie K. B. D, il faut prendre le nombre qui luy reſpond au dedans auec les deux ſuiuants, contant du meſme coſté, aſçauoir tirant depuis K vers B, & vers D. comme nous auons monſtré le nombre reſtant eſtant 43. Mais ſi le nombre du reſte des getons ſe

treuue en la partie K C D. il faut conter tout au contraire à sçauoir tirant despuis K vers C & D. Partant si le reste des gettons estoit 8. on prendroit 2. & les deux nombres suiuans du costé de D. asçauoir 1. & 4. Ainsi si le reste des gettons estoit 39. on prendroit les trois nombres 2.3.1. mais si le reste des gettons estoit 24. on prendroit 2.1.3. & ainsi des autres.

Ie voulois faire fin, quand m'estant tombez entre les mains trois liures d'Arithmetique de P. Forcadel, i'ay treuué qu'au troisiesme il traictoit de ce probleme ; & pource que cet Autheur s'attribue beaucoup, & qu'il pourroit estre que l'esprit du curieux Lecteur preoccupé de ses vanteries, se lairroit aisément persuader estre vray tout ce qu'il dit, ie le veux bien aduertir des fautes que commet en cet endroit ledit Forcadel.

En premier lieu il se trompe lourdement, quand il estime que cinq choses se peuuent seulement disposer en 20. façons differentes ; car elles se peuuent disposer en 120. façons, comme l'on peut aisément demonstrer par ce que i'ay dit cy deuant, & le fondement de la demonstration est que puis que 4. choses se disposent en 24 differentes sortes, cinq choses se disposeront en cinq fois 24 sortes, c'est à sçauoir en 120 façons. Partant si quelqu'vn suiuant ce que dit Forcadel pensoit faire ce ieu en cinq choses, & cinq personnes, n'ayant remarqué que 20. dispositions des cinq choses, il pourroit arriuer en cent sortes qu'il se treuueroit court.

En apres Forcadel se vante de donner regle generale. Pour faire ce probleme en tout nombre de choses, & de personnes, qui soit impair, disant qu'on prenne autant de nombres en progression Arithmetique, commencente par 1. & progrediſſante par 1. & d'autre costé, qu'on prenne

prenne autant de nombres en progreſſion geometrique double commencente par l'vnité. Mais ceſte regle eſt du tout fauſſe, ce qu'il me ſuffit de preuuer par l'exemple, que luy meſme choiſit de cinq choſes, & cinq perſonnes. Il dit qu'il faut prendre 144. gettons, & à cauſe des cinq nombres de la progreſſion Arithmetique 1.2.3.4.5. il en faut donner 1. à la premiere perſonne; 2 à la ſeconde; 3. à

la troiſieſme; 4. à la quatrieſme, & 5. à la cinquieſme & reſtera 129. gettons. Puis à cauſe des cinq nombres de

de la progression geometrique double, 1.2.4.8.16. Il faut dire que celuy qui prendra la premiere chose, prenne des 129. gettons restans, vne fois autant qu'il en a & que celuy qui a pris la seconde chose, en prenne deux fois autant qu'il en a & que celuy qui a la troisiesme chose, en prenne 4 fois autant qu'il en a; & que celuy qui a la quatriesme chose, en prenne 8. fois autant qu'il en a; & finalement que celuy qui a la cinquiesme chose, en prenne 16. fois autant qu'il en a: lors à son opinion selon le reste des gettons on pourra deuiner la chose que chascun aura pris. Or pour preuuer que ceste regle est fausse, supposons que le premier ait la premiere chose, le second la seconde, le troisiesme la troisiesme, le quatriesme la cinquiesme, & le cinquiesme la quatriéme. Doncques le premier prendra 1. getton; le second 4. le troisiesme 12. le quatriesme 64. & le cinquiesme 40. qui tous ensemble font 121. qui osté de 129. le reste sera 8. en apres posons le cas que le premier ait la premiere chose, le second la troisiéme, le troisiéme la quatriéme, le quatriéme la seconde, & le cinquiéme la cinquiéme, doncques le premier prendra 1. getton; le second 8. le troisiéme 24. le quatriesme 8. & le cinquiéme 80. qui tous ensemble font aussi 121. qui osté de 219. reste 8 comme auparauant. Partant bien que ces deux dispositions soyent differentes, toutesfois il reste vn mesme nombre de gettons, doncques par ce reste on ne peut deuiner infalliblement laquelle c'est des deux, & par consequent la regle de Forcadel est incertaine & fausse.

S'ENSVI

S'ENSVIVENT QVELQVES AVTRES PETITES SVBTILITEZ DES NOMBRES, QV'ON propoſe ordinairement.

I.

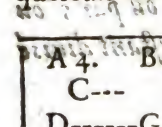
Ie demande vn nombre qui eſtant diuiſé par 2, il reſte 1; eſtant diuiſé par 3, il reſte 1; & ſemblablement eſtant diuiſé par 4, ou par 5, ou par 6, il reſte touſiours 1; mais eſtant diuiſé par 7, il ne reſte rien.

CEſte queſtion ſe propoſe ainſi ordinairement. Vne pauure femme portant vn panier d'œufs pour vendre au marché, vient à eſtre heurtee par vn certain qui fait tomber le panier, & caſſer tous les œufs, qui partant deſirant de ſatisfaire à la pauure femme, s'enquiert du nombre de ſes œufs, elle reſpõd qu'elle ne le ſçait pas certainement, mais qu'elle eſt bien ſouuenante que les contant deux à deux il en reſtoit 1. & ſemblablement les contant trois

à trois,

à trois, ou quatre à quatre, ou cinq à cinq, ou six à six, il restoit tousiours 1. & les contant sept à sept il ne restoit rien. On demande comme de là on peut coniecturer le nombre des œufs.

Il est certain que pour soudre cette question il faut treuuer vn nombre mesuré par 7, qui surpasse de l'vnité vn nombre mesuré par 2. 3. 4. 5. 6. & puisque 60 est le moindre mesuré par lesdits nõbres, & que par consequent il mesure tout autre nombre mesuré par les mesmes nombres par le corollaire de la 38 du 7, il appert que le nombre cerché doit estre vn multiple de 7. surpassant de l'vnité 60, ou quelque multiple de 60. Mais auant que passer outre, il faut remarquer qu'à fin que la question soit possible, il est necessaire que chascun des nõbres 2.3.4.5.6. soit premier au nombre 7. Ce que ie preuue ainsi. Soit B. le nombre 7. & soit A quelcun des nombres susdicts qu'on dise n'estre pas premier au nombre B. donques ils auront quelque commune mesure qui soit C. ie dis qu'il est impossible de treuuer vn multiple de B, surpassant de l'vnité vn multiple de A, (ce qui toutesfois est necessaire pour soudre la question comme il appert) car si l'on soustient le contraire soit D H. multiple de B, surpassãt D G multiple de A, de l'vnité G H. Alors puisque C mesure B, & que B mesure D H; il s'ensuit aussi que C mesure D H. & puisque A mesure D G. & que C mesure A, le mesme C doit aussi mesurer D G. Doncques C mesurant D H, & D G. mesurera aussi l'vnité restante G H. Ce qui



est

reſt abſurde & impoſſible. Il faut donc neceſſairement que A ſoit premier à B, & ainſi tous les autres nombres ſus mentionnez. Ce qu'il falloit preuuer.

En apres il eſt à noter que ſi pluſieurs nombres ſont premiers a quelque autre nõbre, le moindre nombre meſuré par les meſmes nombres, eſt auſſi premier au meſme nõbre, ce que ie demonſtre en mes elemens Arithmetiques. Partant il eſt certain que 60 & 7. ſont premiers entre eux. Doncques pour ſoudre ceſte queſtion par regle infallible, il faut auoir recours a ce probleme que ie demonſtre auſſi au meſme lieu.

Deux nombres premiers entre eux eſtant donnez, treuuer vn multiple duquel d'iceux qu'on voudra, qui ſurpaſſe l'autre de l'vnité, ou quelque multiple de l'autre.

Mais d'autant que la conſtruction de ce probleme eſt aſſez difficile, & la demonſtration trop longue ie ne la veux apporter icy. Parquoy en attendant que mon liure des elemens ſoit mis en lumiere on pourra taſtonnant quelque peu treuuer le nombre cherché en ceſte ſorte. Il faut doubler, tripler, quadrupler & ainſi continuellement multiplier le nombre 60, iuſques à ce que l'on treuue vn nombre qui accreu de l'vnité ſoit meſuré par 7. Ainſi multipliant 60 par 5. viendra 300, auquel adiouſtant 1. on aura 301 le nombre cherché.

Cardan donne vn autre moyen qui ſemble vn peu plus court, bien qu'en ſa procedure il commet le vice qui par les Philoſophes eſt appellé *Petitio*

principij. Car ſa regle eſt telle. Oſte 7. de 60. tant de fois que tu pourras, & prens le reſte qui eſt 4 Puis cherche vn multiple de 7. qui ſurpaſſe de l'vnité vn multiple de 4. Iceluy eſt 21. qui paſſe de l'vnité 20. multiple de 4; diuiſe 20 par 4, viendra 5. Doncques ſi tu multiplies 60 par 5. tu auras 300, multiple de 60, auquel adiouſtant 1, viẽt 301. multiple de 7. Or qu'en ceſte operation on commette le vice que i'ay dit, il eſt bien euident, car on ſuppoſe qu'il faut treuuer vn multiple de 7, ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de 4, ſans en dõner le moyen certain, qui eſt autant inconnu, comme le moyen de treuuer vn multiple de 7, ſurpaſſant de l'vnité vn multiple de 60. Toutesfois ceſte regle facilite aucunement l'inuention du nombre cherché, d'autant qu'il eſt bien aiſé en taſtonnant, de treuuer vn multiple de 7, ſurpaſſant de 1. vn multiple de 4, à cauſe de la petiteſſe des nombres 7. & 4. Ce qui eſt plus difficile, les nombres eſtant plus grands, comme 60. & 7.

Quant au reſte cela ſuppoſé, ceſte regle *eſt infallible*, car encor que Cardan ne la demonſtre pas, toutesfois la demonſtration en eſt telle. Puiſque oſtant 7. de 60 tant qu'on peut, il reſte 4; il eſt certain qu'oſtant 4. de 60, le nombre reſtant à ſçauoir 56, eſt multiple de 7. Or ſuppoſons qu'on ait treuué 21. multiple de 7, ſurpaſſant de l'vnité 20. multiple de 4, & diuiſant 20. par 4, ſoit le quotiẽt 5; Ie dis que ſi on multiplie 60. par 5, on aura vn multiple de 60 moindre de l'vnité que vn multiple de 7. Car multiplier 60 par 5, c'eſt autant que multiplier par le meſme 5. les parties de 60, à ſçauoir

7.	60.
56.	4.
21.	20.
5.	

uoir 56,& 4. & puiſque 7. meſure 56, comme il a eſté dit, il eſt certain que le meſme 7. meſurera auſſi le produit de 56. multiplié par 5. Quant au produit de la multiplication de 4 par 5, c'eſt le nõbre 20, auquel par l'hypoteſe ne manque que 1. pour eſtre multiple de 7: partant ioignant ces deux produits, à leur ſomme (qui eſt eſgale au produit de 60. par 5.) il ne manquera auſſi que 1. pour eſtre multiple de 7. Ce qu'il falloit preuuer.

Pour concluſion prens garde que ceſte queſtiõ n'a pas vne ſeule ſolution, car on peut trouuer infinis nombres qui la ſoudront, ce qui ſe fait ainſi. En ayant treuué vn comme 301. prens le moindre nombre meſuré par 7. & 60. qui eſt le produit de leur multiplication, à ſçauoir 420, & adiouſte ce nombre à 301, tu auras 721, qui fait le meſme effet que 301. & ſi tu adiouſtes derechef 420 à 721, tu en auras encor vn autre, & ainſi pluſieurs autres ſans fin, adiouſtant touſiours 420. Dont il appert que Tartaglia en la premiere partie l. 16. q. 146. doutant ſi ceſte queſtion peut receuoir plus de deux ſolutions, n'a pas entendu la regle generale & parfaitte demonſtration d'icelle.

II.

Treuuer vn nombre, qui eſtant diuiſé par 2. laiſſe 1; & diuiſé par 3. laiſſe 2; & diuiſé par 4 laiſſe 3; & diuiſé par 5. laiſſe 4; & diuiſé par 6. laiſſe 5; mais qui diuiſé par 7. ne laiſſe rien.

IEAN Sfortunat, & Nicolas Tartaglia en la premiere p. l. 16. q. 150. confessent d'ignorer la regle generale pour soudre cette cy, & toute semblable question; bien que le premier afferme de plus temerairement qu'elle ne se peut treuuer, le second se contente d'aduoüer ingenuement qu'il ne la sçait pas.

Toutesfois elle n'est point plus difficile que la precedente. Car puisque il faut treuuer vn multiple de 7, qui estant diuisé par 2, ou par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, laisse tousiours vn nombre moindre d'vn que le diuiseur, il est certain qu'il ne faut qu'vn nombre qui soit mesuré par 2.3.4.5.6. c'est à dire, qui soit multiple de 60, & qui surpasse d'vn quelque multiple de 7. Car prenant par exemple 60, il appert que si 59 estoit multiple de 7, il satisferoit à la question, d'autant que ledit 59, estant diuisé par lequel que ce soit des nombres susdits, le reste de la diuision sera tousiours moindre de 1. que le diuiseur, ce qui se preuue ainsi. Prenons par exemple 5. pour diuiseur. Puisque 5. mesure 60, ostant 5. de 60, le reste 55. sera aussi mesuré par 5. & puisque l'interualle de 55 à 60 est le mesme 5, il est euident que de 55 à 59 (qui est moindre de 1. que 60) l'interualle sera 4. moindre de 1. que 5. Partant diuisant 59. par 5, le reste infalliblement sera moindre de 1, que le mesme 5. Ainsi preuuerat-on le semblable des autres nombres 2. 3. 4. 6. C'est donc chose asseuree que pour soudre ceste question, il ne faut que treuuer vn multiple de 60. qui surpasse de 1. vn multiple de 7. ce qui se fait certainement par le probleme dót

i'ay

i'ay fait mention en la queſtion precedente,& que dés maintenant i'ay demonſtré en mes elemens.

Mais d'autant que pour la raiſon alleguee ie ne mets pas icy ledit probleme,on pourra cependant faire comme en la precedente queſtion, & multiplier 60 par 2. 3. 4. & ainſi continuellement iuſques à ce qu'on treuue le multiple qu'on cherche. Ce qui ſera fait tout incontinẽt, car doublant 60. vient 120, duquel oſtant 1, reſte 119 le nombre cherché.

On peut auſſi ſe ſeruir de la regle de Cardan qui eſt telle. Oſte les 7. de 60,& pource qu'il reſte 4,treuue vn multiple de 4,qui ſurpaſſe 7,ou vn ſié multiple de 1,comme eſt 8;& diuiſe 8 par 4, vient 2. Doncques multiplie 60. par 2, tu auras 120 le multiple de 60, ſurpaſſant de 1. 119 multiple de 7. La demonſtration de cecy eſt toute ſemblable à celle de la precedente, & ceſte regle a la meſme imperfection que i'ay remarquee en l'autre. Mais ie n'ay point procedé enuers Cardan de ſi mauuaiſe foy qu'a fait Buteon, en ſon Algebre,car ledit Cardan ayant mis de ſuitte ces deux queſtions en ſon Arithmetique chap. 66, ſi bien que l'vne eſt la queſtion 63. l'autre la 64. Il s'eſt meſconté appliquant à la precedente la regle de cette cy, & donnant pour ceſte cy la regle qui ſert à la precedente,ce qui luy eſt aduenu par meſgarde non par ignorance; & neantmoins Buteon ou par malice, ou pour n'auoir eu l'eſprit de connoiſtre ce que ie vien de dire,reprend fort aigrement ledit Cardan, quoy qu'il n'apporte rien de meilleur, ains non content de ſe confeſſer ignorant, touchant la re-

gle generale pour ſoudre ceſte queſtion, il oſe affermer non ſans temerité, qu'elle ne ſe peut trouuer ſe perſuadant que perſonne ne paruiendroit iamais à ce à quoy il auoit failli bien que ſon œuure teſmoigne aſſez qu'il ſçauoit plus de Latin, que d'Algebre, & qu'il s'eſtoit plus eſtudié à bien parler qu'à penetrer les ſecrets d'vne ſi haute ſcience.

Ie ne veux pourtant excuſer Cardan en ce qu'il a dit qu'il eſt neceſſaire que le nombre qu'on ſuppoſe deuoir meſurer le nombre cherché (quel eſt 7) en toutes deux ces queſtions, doit eſtre premier de ſa nature, car cela eſt faux, & ſuffit qu'il ſoit premier à tous les autres. à ſçauoir és exemples donnez à 2.3.4.5.6. comme i'ay preuué en la precedente, ce que ie pourroy monſtrer par cent exemples. Aduertiſſant de plus le Lecteur, que ceſte queſtion reçoit auſſi infinies ſolutions. Car ayant trouué 119, autant de fois que tu luy adiouſteras 420, autant tu trouueras de nombres faiſans le meſme effect que 119.

III.

Deux bons compagnons ont 8. *pintes de vin à partager entre eux eſgallement, leſquelles ſont dans vn vaſe contenant iuſtement* 8. *pintes, & pour faire leur partage ils n'ont que deux autres vaſes dont l'vn contient* 5. *pintes, & l'autre* 3. *On demande comme ils pourront partager iuſtement leur vin, ne ſe ſeruant que de ces trois vaſes.*

On

ON peut ſoudre ceſte queſtion en deux façõs. Premierement du vaſe contenant 8. qui eſt plein on verſera 5. pintes dans le vaſe contenant 5, & d'iceluy on en verſera 3. dans le vaſe contenant 3. & il en reſtera 2. dans le 5. on verſera puis les trois pintes qui ſont dans le 3. En apres de ce qui eſt dans le 3, dedans le 8; & on mettra dans le 3. les 2. qui ſont dans le 5. en apres de ce qui eſt dãs le 8, on remplira derechef le 5, & du 5. on verſera vne pinte dans le 3. ce qui luy manquoit pour le remplir. Partant il reſtera iuſtement 4. pintes dans le vaſe de 5. & 4 pintes dans les deux autres.

Secondement on verſera du vaſe de 8, trois pintes dans le 3, leſquelles on mettra puis dans le vaſe de 5. & derechef du vaſe de 8, on verſera 3. pintes dans le 3, dont on en mettra 2. dans le 5. pour le remplir, & lors il n'en reſtera qu'vne dans le 3. en apres on vuidera le 5. dans le 8, & on mettra dans le 5, la pinte qui eſt dans le 3. & des 7 pintes qui ſe treuuent dans le 8, on en verſera 3. dans le 3. Partant il en reſtera 4 iuſtement dans le 8. & 4 dans les deux autres vaſes.

Or bien qu'il ſemble que ceſte queſtion ne ſe puiſſe ſoudre par regle certaine, & qu'il y faille neceſſairement proceder à taſtons, toutesfois on peut par vn diſcours certain & infallible paruenir à la ſolution d'icelle, ou deſcouurir ſon impoſſibilité ſi par hazard on la propoſoit impoſſible, & de fait alentour de la queſtion propoſée on peut ainſi diſcourir. Puiſque pour partager 8. pintes eſgalement il faut qu'il y en ait 4. d'vn co-

sté & 4 de l'autre, & il est certain qu'il n'en peut auoir 4. que dans le 5. ou dans le 8. il nous faut procurer l'vn, ou l'autre, voilà donc que ie peux prendre deux differentes routes, & suiuant la premiere ie feray ce discours. Pour faire que dans le vase de 5. il reste 4 pintes iustement, il faut, ledict vase estant plein, en oster vne seulement, cela ne se peut faire qu'en versant icelle pinte dans l'vn des deux autres à qui il ne faille qu'vne pinte pour estre plein; cela ne peut arriuer au 8. (car si le 5. estant plein il ne manquoit qu'vne pinte au 8. pour estre plein, il s'ensuiuroit qu'en tout il y auroit 12. pintes contre l'hypotese, il faut donc que ce soit le vase de 3. à qui il ne faille qu'vne pinte pour estre plein, & partant il faut que dans iceluy il y ait seulement 2. Or cela se peut imaginer en deux façons. La premiere, si le 3. estant plein, on peut oster vne pinte d'iceluy, la seconde si le 3. estant vuide, on y apporte d'vn autre vase lesdictes 2. pintes. La premiere façon ne peut reussir, car il faudroit que le 3. estant plein, il ne manquast qu'vne pinte à l'vn des autres vases pour estre plein, ce qui ne peut arriuer au 5. (car il faudroit qu'il n'y eut que 4. pintes dans iceluy, qui seroit supposer ce que l'on cherche) il ne peut aussi arriuer au 8. (car il faudroit qu'il y eut 7. pintes en iceluy qui iointes auec les autres 3. feroyent en tout 10. pintes contre l'hypotese) doncques il faut suiure la seconde façon, & apporter d'ailleurs 2. pintes dans le 3. Mais cela ne peut venir du 8. (car si le 3. estant vuide, il n'y auoit que 2. pintes dans le 8. quoy que le 5. fut plein, tout le nombre des

pintes

pintes ne ſeroit que 7. contre l'hypoteſe) il faut donc que les 2. pintes viennent du 5. Or pour faire qu'il n'y ait que 2. pintes dans le 5. il faut en oſter 3. quand il eſt plein, ce qui eſt bien aiſé à cauſe que nous auons vn vaſe contenant 3. Partant ſi l'on rebrouſſe chemin, & ſi l'on reprend le fil du diſcours deſpuis la fin iuſques au commencement on treuuera la premiere façon de ſoudre la queſtion.

Suiuant l'autre route ie feray ce diſcours. Pour faire demeurer 4. pintes dans le 8. il faut en oſter 4. Cela ſe peut imaginer en 3. façons. Premierement oſtant les 4. pintes d'vn coup, ce qui eſt impoſſible (car il n'y a point de vaſe contenant 4) ſecondement oſtant 2 pintes, & puis 2. autres, ce qui eſt auſſi impoſſible (car bien que on puiſſe oſter 2. pintes, comme i'ay monſtré en l'autre diſcours, où l'on fait venir 2. pintes dans le 5. toutesfois cela fait il eſt impoſſible d'en oſter 2. autres comme on peut recueillir du meſme diſcours.) Troiſieſmement oſtant 1. pinte, & puis 3. & ceſte façon eſt fort vray ſemblable, car ſi on peut mettre vne pinte dans le 5. il ſera aiſé d'en mettre 3. dans le 3. Or pour faire venir vne pinte dans le 5. il faut ou que l'on oſte 4. dudict 5. lors qu'il eſt plein, ou que l'on y apporte d'ailleurs ladicte pinte. Le premier moyen eſt impoſſible, car du 5. on ne peut vuider 4. pintes dans le 3. qui n'en eſt pas capable; on ne les peut auſſi vuider dans le 8. (car il faudroit que dans le 8. il y eut deſ-jà 4. pintes, & partant tout le nombre des pintes ſeroit 9. contre l'hypoteſe) il faut donc embraſſer le ſecond

Digitized by Google

moyen, & apporter d'ailleurs vne pinte dans le 5. Cela ne peut venir du 8. (car le 5. estant vuide s'il n'y auoit qu'vne pinte dans le 8. quoy que le 3. fut plein, tout le nombre des pintes ne seroit que 4.) il faut donc qu'il vienne du 3. Or pour faire que dans le 3. il n'y ait qu'vne pinte, il faut en oster 2. quand il est plein. Doncques il faut qu'à l'vn des autres vases il ne mãque que 2. pour estre plein. Cela ne peut arriuer au 8 (car autrement tout le nombre des pintes seroit 9) Donc il faut qu'il arriue au 5. Et partant il faut que dans le 5. il n'y ait que 3. pintes. Ce qui se procure aisément, versant le 3. quand il est plein, dedans le 5. Parquoy reprenant tout ce discours despuis la fin iusques au commencement, on trouuera la seconde façon que i'ay donnée pour soudre ceste question.

Mais pour abreger aucunement ces discours, & cognoistre incontinent si la question est soluble, & comment elle se doit soudre, il faut regarder la difference de la contenue des deux moindres vases qui est 2. en l'exemple proposé, & si l'on treuue par le discours qu'il faut qu'il demeure 2 pintes en quelque vase, la solution est trouuée, car du 5. rempliſſant le 3. il appert qu'il reste 2. dans le 5. Et l'on voit que l'vn & l'autre des discours precedens est venu aboutir à cet endroit. Partant la cõdition que prescrit Forcadel à ceste question au 2. Liure de son Arithmetique, n'est pas necessaire. Car il veut qu'on prenne pour les deux moindres nombres, deux des nombres prochains en la progression continuelle des nombres impairs, qui commence à 1. 3. 5. 7. 9. &c. & pour le plus grand, la somme

ſomme d'iceux: comme en l'exemple donné nous auons pris 3. & 5. & la ſomme d'iceux, à ſçauoir 8. Mais encor qu'obſeruant ceſte condition la queſtion ſoit touſiours ſoluble, toutesfois il n'eſt point neceſſaire de choiſir de tels nombres, ce qu'il me ſuffit de preuuer par vn ſeul exemple. Soyent les deux moindres de 5. & de 8. pintes, & le plus grand de 12. il eſt euident que 5. & 8. ne ſont point deux nombres prochains en la progreſſion des impairs, & que 12. n'eſt point la ſomme d'iceux. Neantmoins la queſtion ſe peut ſoudre. Car ſuppoſant que le vaſe de 12. ſoit plein & qu'on le vueille diuiſer en deux eſgalement, il faut procurer que dans le vaſe de 8. il ſe treuue 6. pintes. Or pour ce faire il faut quand le vaſe de 8. ſera plein, en oſter 2. Il faut donc que le vaſe de 8. eſtant plein, il n'en manque que (2. à vn des autres, ce ne peut eſtre au 12. (car autrement tout le nombre des pintes ſeroit 18) Donc il faut que ce ſoit au 5. Mais pour faire qu'il n'en manque que 2. au 5. on doit ſuppoſer qu'il n'y ait que 3. pintes dans le 5. Ce qui ſe peut procurer aiſément d'autant que 3. eſt la difference entre 8. & 5. Partant tu ſoudras la queſtion en ceſte ſorte. Du vaſe de 12. remplis celuy de 8. & de celuy de 8. remplis celuy de 5. & verſe celuy de 5. dans celuy de 12. puis verſe dans le 5. les 3. pintes qui ſont demeurées dans le 8. & remplis derechef du vaſe de 12. celuy de 8. & du 8 verſe 2. pintes dans le 5. qui luy manquent pour eſtre plein, il en reſtera infalliblement 6. dans le vaſe de 8. &c.

IV.

IV.

Trois maris ialoux, auec leurs femmes ſe treuuent de nuit au paſſage d'vne riuiere, où ils ne rencontrent qu'vn petit batteau ſans battelier ſi eſtroit qu'il n'eſt capable que de deux perſonnes, on demande comme ces ſix perſonnes paſſeront deux à deux, tellement que iamais aucune femme ne demeure en compagnie d'vn ou de deux hommes, ſi ſon mary n'eſt preſent.

IL faut qu'ils paſſent en ſix fois en ceſte ſorte. Premierement deux femmes paſſent, puis l'vne rameine le batteau, & repaſſe auec la troiſieſme femme. Cela fait l'vne des trois femmes rameine le batteau, & ſe mettant en terre auec ſon mary, laiſſe paſſer les deux autres hommes qui vont treuuer leurs femmes. Alors vn deſdicts hommes auec ſa femme rameine le batteau, & mettant ſa femme en terre, prend l'autre homme, & repaſſe auec luy. Finalement la femme qui ſe treuue paſſée auec les trois hommes entre dans le batteau, & en deux fois va querre les deux autres femmes, par ainſi en 6. fois tous paſſent.

Il ſemble auſſi que ceſte queſtion ne ſoit fondée en aucune raiſon. Mais toutesfois la condition apposée, qu'il ne faut point qu'aucune femme demeure accompagnée d'aucun des hommes ſi ſon mary n'eſt preſent, nous peut guider pour trouuer la ſolution d'icelle par vn diſcours infallible. Car il eſt certain que pour paſſer deux à deux, il faut

ou

ou que deux hommes paſſent enſemble, ou deux femmes, ou vn homme auec ſa femme. Or au premier paſſage on ne peut faire paſſer deux hõmes (car alors vn homme ſeul demeureroit auec les trois femmes contre la condition) donc il eſt neceſſaire ou que deux femmes paſſent, ou qu'il paſſe vn homme auec ſa femme, mais ces deux façons reuienent à vne, d'autant que ſi deux femmes paſſent, il faut que l'vne rameine le batteau, partant vne ſeule ſe treuue à l'autre riue; & ſi vn homme paſſe auec ſa femme, le meſme aduiẽdra, d'autant que l'homme doit ramener le batteau (car ſi la femme le ramenoit elle ſe treuueroit auec les deux autres hommes ſans ſon mari) Au ſecond paſſage deux hõmes ne peuuent paſſer (car l'vn d'eux lairroit ſa femme accompagnée d'vn autre homme.) Vn homme auſſi auec ſa femme ne peut paſſer (car eſtant paſsé il ſe treuueroit ſeul auec deux femmes) il eſt donc neceſſaire que les deux femmes paſſent, ainſi les trois femmes eſtãt paſsées, il faut que l'vne d'icelles ramene le batteau, quoy fait. Au troiſieſme paſſage où reſtent à paſſer les trois hommes & vne femme, on voit bien que deux femmes ne peuuent paſſer, puis qu'il n'y en a qu'vne. Vn homme auſſi auec ſa femme ne peut paſſer (car eſtant paſsé il ſe treuueroit ſeul auec les trois femmes) donc il faut que deux hommes paſſent, & allent vers leurs deux femmes, laiſſant l'autre homme auec ſa femme. Or qui ramenera le batteau? vn homme ne le peut faire (car il lairroit ſa femme accompagnée d'vn autre homme) vne femme ne peut auſſi. (car elle

le iroit vers vn autre homme laiſſant ſon mary.) Que ſi les deux hommes le ramenoyent, ce ſeroit ne rien faire, car ils retourneroyent là d'où ils ſont venus. Partant ne reſtant autre moyen il faut qu'vn homme auec ſa femme ramene le batteau. Au quatrieſme paſſage où reſtent à paſſer deux hommes auec leurs deux femmes, il eſt certain qu'vn homme auec ſa femme ne doit paſſer (car ce ſeroit ne rien faire) les deux femmes auſſi ne peuuent paſſer (car alors les trois femmes ſeroyent auec vn ſeul homme) donc il faut que les deux hommes paſſent. Alors pour ramener le batteau deux hommes ne peuuent eſtre employez (car ce ſeroit retourner là d'où ils ſont venus) vn homme ſeul auſſi ne peut (car cela fait il ſe treueroit ſeul auec deux femmes) doncques il faut que ce ſoit la femme qui en deux fois aille querre les deux autres femmes qui reſtent à paſſer, & voilà le cinquieſme & ſixieſme paſſage. Partant en ſix fois ils ſont tous paſſez ſans enfreindre la condition.

Encor que ces deux dernieres queſtiõs ſoyent cõme ridicules, toutesfois il y a quelque ſubtilité à les reſoudre, partant ie les ay bien voulu mettre icy, m'efforçant d'en rendre raiſon, à fin que ceux qui par cy deuant ont penſé que celà ne ſe pouuoit faire: changent d'opinion, & ſçachent que tout effect certain a vne cauſe certaine.

Eſtant

V.

Eſtant propoſee telle quantité qu'on voudra peſant vn nombre de liures deſpuis 1. iuſques à 40. incluſiuement (ſans toutesfois admettre les fractions) on demande combien de pois pour le moins il faudroit employer à cet effect.

IE reſpons 4. pois, dont le premier peſe. 1. liure & les autres ſuiuent en continuelle proportion triple; & ſeront leſdicts quatre pois 1.3.9.27.

Et la proportion triple commencente par 1. a ceſte merueilleuſe proprieté que prenant quelque nombre de termes en icelle proportion, on pourra par autant de pois peſer toute quantité peſante quel nombre de liures que ce ſoit deſpuis 1. iuſques à la ſomme deſdicts termes. Ainſi la ſomme des quatre termes 1.3.9.27. eſtant 40. ie dis qu'auec quatre pois, d'ont l'vn peſe 1. liure, l'autre 3. l'autre 9. l'autre 27. on pourra peſer toute quantité peſante quelque nombre de liures deſpuis 1. iuſques à 40. De meſme auec ces cinq pois. 1.3.9.27.81. dont la ſomme eſt 121. on pourra peſer toute quantité peſant vn nombre de liures deſpuis 1. iuſques à 121. & ainſi des autres.

Or bien que ceſte proprieté de la proportion triple qui commence par l'vnité ait eſté remarquee par pluſieurs: toutesfois nul, que ie ſcache, ne s'eſt encor mis en deuoir d'en donner raiſon. Parquoy ſuyuant ma couſtume ie veux entreprendre de ce faire. Et pour y paruenir ie ſuppoſe ce Theoreme.

Pla

V.

Pluſieurs termes eſtant propoſez en continuelle proportion triple commençante par 1. *Le dernier eſt eſgal au double de la ſomme de tous les precedens y adiouſtant* 1.

LA demonſtration de cecy eſt bien aiſee, parquoy ie ne feray que toucher le fondement d'icelle. Ce Theoreme en autres paroles dit preſque le meſme, que la regle qu'on dõne pour treuuer la ſomme de pluſieurs nombres continuellement proportionaux, pourueu que le denominateur de la proportion, & le premier & le dernier terme ſoyent connus, laquelle regle eſt tiree de la 35. du 9. d'Euclide & eſt telle. Il faut oſter le premier terme du dernier, le reſte diuiſé par vn nombre moindre de l'vnité, que le denominateur de la proportion, donnera la ſomme de tous les termes excepté le dernier. Doncques le dernier contient le premier: & de plus la ſomme de tous les autres precedens autant de fois, qu'il y a d'vnitez au nõbre moindre de 1. que le denominateur de la proportion. Partant en la proportion triple commençante par vn, puiſque le premier terme eſt vn, & le nombre moindre de 1. que le denominateur 3, eſt 2. Il faut conclurre que le dernier terme contient 1. & le double de la ſomme des precedens, qui eſt iuſtement ce que dit mon Theoreme. Celà ſuppoſé prenons premierement deux pois à ſçauoir 1, & 3. dont la ſomme eſt 4. Il eſt bien certain qu'il n'y a pas difficulté de peſer par iceux vne quan

tité qui ſoit eſgale en pois à quelcun d'iceux, ou à la ſomme d'iceux, comme vne quantité peſante 1, ou 3, ou 4. Mais la difficulté eſt de peſer vne quantité qui peſe vn nombre tombant entre leſdits deux pois, comme vne quãtité peſante 2. liures & ceſte difficulté ſe reſoult par le Theoreme ſus allegué, car puiſque 3. doit contenir le double de 1. & de plus 1. ſi on prend vne quantité dont le pois ſurpaſſe de 1. le premier pois 1. comme fait la quãtité peſante 2. il appert par ledit Theoreme qu'adiouſtant le pois de 1. à laditte quantité, on fera vn pois eſgal au ſecond pois, qui eſt 3.

Secondement qu'on prenne les trois pois 1. 3. 9. dont la ſomme eſt 13. Ie dis auſſi que par iceux on peſera toute quantité peſante depuis 1. iuſques à 13. Car i'ay deſia preuué que par les deux premiers on peſera iuſques à 4. Que ſi l'on propoſe vne quantité de 5. liures, puiſque 5. ſurpaſſe de 1. la ſomme des deux premiers pois, il appert par mon Theoreme que ſi à 5. l'on adiouſte laditte ſomme qui eſt 4. on fera le dernier pois à ſçauoir 9 Doncques ſi à la quantité de 5. liures on ioint les deux premiers pois, cela contrebalancera le troiſieſme En apres puiſque ce qui reſte deſpuis cinq à neuf eſt eſgal comme i'ay preuué à la ſomme des deux premiers pois, à ſçauoir à quatre: pour peſer tout nombre de liures, entre cinq & neuf, à ſçauoir 6. 7. 8. on procedera d'vne façon contraire à celle dõt on vſe pour peſer auec deux pois depuis 1. iuſques à 4. Car puiſque 5. liures auec la ſomme des deux premiers pois, eſgalent le troiſieſme comme i'ay demonſtré, il appert que 6. liures auec le ſecond

pois 3, ostant seulement le premier 1; esgaleront le mesme troisiesme: & 7 liures auec 3, esgaleront le troisiesme 9, auec 1: & 8. liures auec 1, esgalerõt le mesme troisiesme 9. finalement pour peser despuis 9 iusques à 13, il n'y a nulle difficulté, à cause que l'interualle n'est aussi que 4, la somme des deux premiers pois, & faut faire tout de mesme comme pour peser auec deux pois despuis 1. iusques à 4. & ceste demonstration est vniuerselle, les mesmes raisons ayant lieu en tout nombre de pois choisis de mesme façon. Parquoy pour euiter prolixité ie mettray fin à ceste question, seulement i'aduertis le curieux Lecteur, que la proportion double commençante par 1: fait bien vn semblable effect, mais non pas auec si peu de pois, car pour peser par icelle iusques à 31, il faudroit ces cinq pois 1. 2. 4. 8. 16. Là ou pour peser iusques à 40 par la proportion triple, il n'en faut que 4. cõme i'ay preuué. Toutesfois qui voudra, pourra voir comme en autre subiect, Tartaglia se sert de ceste proprieté de la proportion double en la seconde partie, liure 1. chap. 16. q. 32. Pour toute autre proportion plus grande que la triple, elle ne peut faire cet effet, car par exemple prenant ces trois pois en proportion quadruple 1. 4. 16. auec iceux on ne peut peser 2. liures ni 6, ni 7, ni 8, ni 9, ni 10. & ainsi des autres.

VI.

Digitized by Google

VI.

Souuent on requiert qu'on reduiſe vne plus haute monnoie en des plus baſſes de differente valeur, tellement qu'il y ait eſgal nombre des vnes & des autres, comme ſi l'on demande qu'on reduiſe vn eſcu en ſoubz, & en liars, tellement qu'il y ait autant de ſoubs que de liars.

POur faire cecy, regarde la proportion d'vn ſoubz à vn liard qui eſt quadruple, & diuiſe 60. qui eſt la valeur d'vn eſcu, en deux nombres, obſeruans la proportion quadruple, ainſi que i'ay enſeigné au probl. 13. tu trouueras que ces deux nõbres ſont 48, & 12. Partant tu peux dire pour ſoudre la queſtion, qu'il faut 48 ſoubz, & 12 ſoubz reduits en liars, qui ſont auſſi 48 liards. La raiſon de cecy eſt bien euidente, car puiſque vn ſoubz eſt quadruple d'vn liard, & 48 eſt quadruple de 12, il eſt certain que 12 ſoubz en liards, ſont 48 liards. Que ſi l'on vouloit reduire vn eſcu en liars & deniers, d'autant que la proportion d'vn liard a vn denier eſt triple, & qu'vn eſcu vaut 240 liars, il faut diuiſer 240 en deux nombres obſeruans la proportion triple qui ſont 180 & 60. & on dira que 180 liards, & 60 liars reduits en deniers, qui ſont auſſi 180 deniers, font la valeur d'vn eſcu. On pourroit de meſme reduire la plus haute mõnoie en pluſieurs plus baſſes, comme en trois ou

Digitized by Google

quatre. Car tout ainſi que i'ay enſeigné au 13. prob. à diuiſer tout nombre donné en deux, obſeruans la proportion donnee, ainſi peut on diuiſer le nõbre donné en pluſieurs, obſeruans les proportions donnees, comme s'il faut diuiſer 60. en trois nombres, que le premier au ſecond ait proportion ſeſquialterne, & le ſecond au troiſieſme ait proportion double, ie continueray ces proportions en trois termes, comme en 3. 2. 1. dont la ſomme eſt 6, par qui diuiſant 60, vient 10, qui multipliant ſeparément les ſuſdits trois termes, donne les nombres cherchez, à ſçauoir 30. 20. 10. Dõcques ſi l'on veut par exemple reduire vn eſcu en deniers, doubles, & liards, tellemẽt qu'il y ait autãt des vns que des autres; d'autãt que le liard au double a proportiõ ſeſquialterne, & le double au denier a proportion double ie diuiſeray 240 (qui eſt la valeur de l'eſcu en liards) en trois nõbres, obſeruãs leſdittes proportions, qui ſeront 120. 80. 40. Partant ie diray qu'il faut 120 liars, & 80 liars reduits en doubles, qui ſont 120 doubles; & quarante liars reduits en deniers qui ſont auſſi 120 deniers. Et ceſte regle eſt ſi certaine & infallible qu'encor que les nombres des moindres monnoies viennẽt entremeſlez de fractions, la ſolution de la queſtion ne laiſſe d'eſtre bonne & veritable. Par exemple qui voudroit reduire vn eſcu en ſoubz, & en deniers, auec la meſme condition, il faudroit diuiſer 60. en deux nombres, obſeruans la proportion de 12 à 1. qui ſeroyent 55 $\frac{5}{17}$. & 4 $\frac{12}{17}$. Partant on diroit qu'il faut 55 ſoubz & $\frac{5}{17}$ d'vn ſoubz & autant de deniers; & la ſolution ſeroit tres-bonne, car 55

de

deniers & $\frac{1}{11}$ d'vn denier font iuſtement 4 ſoubz & $\frac{9}{11}$ d'vn ſoubz, qui ioints à 55 ſoubs & $\frac{1}{11}$ font 60 ſoubz, la valeur de l'eſcu.

VII.

Vn homme venant à mourir partage ſon biẽ conſiſtãt en certaine ſomme d'eſcus, à ſes enfans, en telle ſorte qu'il ordõne que le premier prenne 1. eſcu, & la ſeptieſme partie du reſtant, en apres que le ſecond prenne deux eſcus & la ſeptieſme du reſte, & cela fait que le troiſieſme prenne 3. eſcus, & la ſeptieſme du reſte, & & ainſi conſecutiuement des autres. Or le partage fait en ceſte façon il ſe treuue que chaſcun des enfans eſt eſgalement proportionné, l'on demande la ſomme des escus, & le nombre des enfans.

POVR ſoudre toute ſemblable queſtion prens le denominateur de la partie mentionnee, & d'iceluy oſte 1: le reſte ſera le nombre des enfans, & le quarré dudit reſte, ſera la ſomme des eſcus, & chaſcun aura autant d'eſcus, qu'il y a d'enfans. Comme en l'exemple propoſé, d'autãt que la partie mentionnee eſt $\frac{1}{7}$ prens 7. denominateur d'icelle, & en oſte 1. reſtera 6. le nombre des enfans, dont le quarré à ſçauoir 36. eſt la ſomme des eſcus, & chaſcun aura 6. eſcus comme tu peux voir par experience. La demonſtration de cecy eſt telle.

N 18.	M 21.	L 24.	K 28.	H 30.	G 35.	F 36.
	E 3.	D 4.	C 5.	A 6.	B 7.	

Soit le nombre B. denominateur de la partie, & ſoit A. moindre de 1. que B: & ſoit encor C. moindre de 1. que A. & ſoit F le quarré de A, & multipliant C par B: ſoit fait G, & multipliant C par A. ſoit fait H. Or puiſque A multipliant ſoy-meſme & multipliant C. fait F. & H. & la difference des C A. eſt l'vnité, il s'enſuit que F cõtient A, vne fois dauantage que ne fait le nombre H, partant A eſt la difference des deux F. H. ſemblablemẽt puiſque C multipliant A. & B, produit H G, & la difference des deux A. B, eſt l'vnité, il s'enſuit que C. eſt la difference des deux H G. Doncques H. eſt moindre que F du nombre A: & le meſme H. eſt moindre que G, du nombre C: parquoy la differẽce des deux A C. eſtant 1: il faut auſſi que le meſme 1. ſoit la difference des deux F G. Partant ſi de F l'on oſte 1, reſte G, qui diuiſé par B, donne C. Or il eſt euident qu'adiouſtant 1 à G, ſe fait A, le coſté de F. Doncques la ſomme des eſcus eſtant F, & le nombre des enfans A, il appert ſi le premier prend 1, & la partie du reſte denommee de B, qu'il aura vn nombre d'eſcus eſgal à A, cõme dit la regle. Reſte à preuuer que tous les autres en auront autãt ſuiuant l'ordonnãce du pere, & il eſt certain que le premier ayant pris vn nombre eſgal à A: il reſte H. car A eſt la difference des deux F H comme nous auons preuué. Or qu'on prẽne D moindre que C. de l'vnité, & par conſequent moindre que A de 2,

& mul

& multipliãt par D.les nõbres A.B.ſoyẽt faits L.K. Alors puiſque la differẽce de A.&B eſt 1.il s'enſuit que D eſt la differẽce des deux L.K.& d'autant que le meſme A.multipliãt les deux D C.(dont l'interualle eſt 1.)prouiennẽt L.& H,il s'ẽſuit que A eſt la difference des deux L.H. Partãt K ſurpaſſant L de D:& H ſurpaſſant le meſme L de A,il s'enſuit que H ſurpaſſe K du meſme nombre dont A ſurpaſſe D.à ſçauoir de 2.Doncques ſi le ſecõd enfant prẽd 2. du nombre H,reſtera *K*, duquel prenant la partie denommee de B.viendra D. & puiſque D auec 2.fait A:il appert qu'il aura autant que le premier, à ſçauoir vn nombre eſgal à A. De meſme façon ſi l'on prend E.moindre que D de 1:& par conſequẽt moindre que A de 3,multipliant A.B.par E &produiſant N,M, on preuuera que la difference entre L.& M eſt la meſme qu'entre A & E,à ſçauoir 3. Partant ſi le troiſieſme enfant prend 3. du nombre L,reſtera M.lequel diuiſé par B,donnera E. doncques puiſque E ioint à 3.fait A,il appert que le troiſieſme enfant aura autant que chaſcũ des precedens, & la meſme raiſon ſert pour tous les autres,& ne faut point douter qu'il n'y ait aſſez d'eſcus pour faire que chaſcun en ait autant qu'il y a d'vnitez en A. Car le quarré F. doit contenir ſon coſté A.autant de fois qu'il y a d'vnitez audit A.

Ceſte regle ſe peut prattiquer fort diuerſemẽt. Car premierement ſelon qu'on changera le denominateur de la partie, l'on changera auſſi la ſolution. Mais il faut prendre garde qu'en la propoſition de la queſtion,il ne ſoit fait mentiõ que d'vne meſme partie, car ſi l'on faiſoit mention de di-

uerses parties, comme si l'on disoit que le premier prenne 1, & la moitié du reste, le second 2. & le tiers du reste ; & ainsi en quelque autre semblable maniere, la question seroit impossible. En outre il ne faut point que la partie mentionnee ait autre numerateur que l'vnité, car si l'on proposoit la question en telle sorte, que le premier deut prendre 1. & $\frac{1}{7}$ du reste, le second 2 & $\frac{1}{7}$ du reste, & ainsi consecutiuement, la question seroit aussi impossible.

Secondement l'on peut changer les nombres que chascun prend, auant que de prendre vne certaine partie du reste, comme en l'exemple donné au lieu que le premier prend 1, le second 2, le troisiesme 3: & ainsi consecutiuement: on pourroit requerir que le premier prit tout autre nombre, cóme 5. mais alors il faudroit que les nôbres des autres, suiuissent en continuelle progression Arithmetique, dont la difference fut le mesme 5. Par exemple il faudroit que le second prit 10, le troisiesme 15: le quatriesme 20. & ainsi des autres. & en tel cas on trouueroit tousiours le nombre des enfans, comme auparauant ostant 1. du denominateur de la partie: mais le nombre des escus se treueroit multipliãt le quarré du nombre des enfans par 5, à sçauoir par le nombre que prend le premier, & qui est la difference de la progression. Comme si l'on veut que le premier prenne 5, & la septiesme du reste. Le second 10, & la septiesme du reste: le troisiesme 15, & la septiesme du reste: & ainsi des autres: le nombre des enfans sera tousiours 6, mais le nombre des escus sera 180. qui se fait multipliant le quarré de 6, à sçauoir 36. par 5.

& chascun

Et chaſcun des enfans aura 30 eſcus, à cauſe que 5. fois 6. ſont 30. La demonſtration de tout cecy ſe tire aiſément de ce qui a eſté dit, cõme ie laiſſe à conſiderer au prudent Lecteur.

Troiſieſmement la queſtion ſe pourroit propoſer diuerſement ſi l'on ordonnoit que chaſque enfant prit premierement vne certaine partie, & apres vn certain nombre. Comme qui diroit. Le premier prenne la ſeptieſme de toute la ſomme, & vn eſcu de plus; le ſecond prenne la ſeptieſme du reſte, & 2. eſcus apres. Le troiſieſme prenne la ſeptieſme du reſte, & de plus 3 eſcus, & ainſi conſecutiuement. Et en tel cas il faut comme auparauant oſter 1. du denominateur de la partie, & le reſte ſera le nombre des enfans, mais le nombre des eſcus prouiendra, multipliant ledit denominateur par ledit nombre moindre de 1. qu'on met pour le nombre des enfans. Comme en l'exemple donné le nombre des enfans ſera 6. & le nombre des eſcus 42. & chaſcun aura autant d'eſcus qu'il y a d'vnitez au denominateur de la partie aſçauoir 7. La demonſtration eſt facile à treuuer à l'imitation de la precedente. Mais on doit auſſi obſeruer pour faire la queſtion poſſible, qu'on ne faſſe mention que d'vne ſeule & meſme partie, & l'on peut ſemblablement changer les nombres qu'on prend de plus, pourueu qu'ils ſe ſuiuent en continuelle progreſſion Arithmetique & que le moindre ſoit eſgal à la difference. Comme ſi l'on veut que le premier prenne la ſeptieſme de toute la ſomme, & 4. de plus, il faut que le ſecond prenne la ſeptieſme du reſte, & 8. de

plus, & que le troiſieſme prenne la ſeptieſme du reſte & 12 de plus, & ainſi des autres. Alors le nombre des enfans ſera 6. comme auparauant, qu'on treuue eſtant 1. de 7. Mais pour auoir la ſomme des eſcus, ayant multiplié 6. par 7. il faut multiplier le produict 42 par 4, qui eſt la difference de la progreſſion, & viendra 168. la ſomme des eſcus, & chaſcun en aura 28. lequel 28 ſe treuue multipliant 7. par 4.

VIII.

Trois hommes ont chaſcun certaine ſomme d'eſcus. Le premier donne des ſiens aux deux autres autant qu'ils en ont chaſcun. En apres le ſecond en donne aux deux autres autant qu'ils en ont chaſcun. Finalement le troiſieſme en donne aux deux autres autãt qu'ils en ont chaſcun: cela fait chaſcun ſe treuue 8. eſcus. On demande combien chaſcun en auoit du commencement.

CEſte queſtion ſe reſoult aiſément par vn diſcours qui porte auec ſoy ſa demonſtration, & qui eſt tel. Puis que à la fin chaſcun ſe treuue auoir 8. eſcus, & qu'immediatement auparauant le troiſieſme auoit donné au premier, & au ſecond, autant qu'ils auoyent chaſcun, il faut dont que chaſcun d'iceux n'en euſt que 4. & que le troiſieſme en eut 16. Mais le ſecond en venoit de dõner aux deux autres autant qu'ils en auoyẽt chaſcun. Il faut donc qu'auparauant le premier n'en

n'en eut que 2. Le troiſieſme 8. & le ſecond 14. Or cela n'eſt aduenu qu'apres que le premier en a donné aux deux autres autant qu'ils en auoyent chaſcun. Doncques il conuient dire que du commencement le ſecond en auoit 7. le troiſieſme 4. & le premier 13.

Et remarque que pour ſoudre generalement toute ſemblable queſtion, il faut touſiours prendre des nombres en meſme proportion que 13.7. 4. & 8. car pourueu que cela ſoit, procedant de meſme façon tous trois à la fin ſe treuueront eſgaux. Partant le nombre auquel ſe fait l'eſgalité eſtant donné, il eſt aiſé de trouuer les trois nombres du commencement, car il ne faut que diuiſer le nombre donné par 8. & multiplier le quotient par 13.7.& 4. comme ſi l'on dit faiſant de la meſme ſorte que chaſcun à la fin ſe treuue 6.eſcus diuiſe 6.par 8. vient $\frac{3}{4}$. qui multiplié par 13.7.& 4. te donne à cognoiſtre qu'au commencement le premier auoit 9 $\frac{1}{4}$.le ſecód 5 $\frac{1}{4}$.Le troiſieſme 3. Par meſme raiſon les trois nombres que chaſcun a du commencement eſtant donnez, il eſt facile de treuuer celuy auquel ſe doit faire l'eſgalité. Car il eſt neceſſaire à fin que la queſtion ſoit poſſible, que leſdicts trois nombres donnez obſeruét meſme proportion que 13.7. 4. partant ſi tu diuiſes le plus grand par 13 ou le moyé par 7.ou le moindre par 4.il viendra par tout vn meſme quotient, qui eſtant multiplié par 8.produira le nombre auquel ſe doit faire l'eſgalité. Comme ſi les nombres donnez eſtoyent 26.14. 8. diuiſant 26.par 13. ou 14 par 7.ou 8par 4 vient touſiours pour quotient

tient. 2. qui multiplié par 8. produit 16. le nombre auquel ſe fera l'eſgalité.

Or d'icy l'on peut tirer la façon d'vn ieu aſſez gentil pour deuiner de trois perſonnes, combien chaſcune aura pris de gettons, ou de cartes, ou d'autres vnitez & ce ieu ſe pourra prattiquer en ceſte ſorte.

Commande que le troiſieſme prenne, par exẽple, vn nombre de gettons tel qu'il voudra, pourueu qu'il ſoit pairement pair, c'eſt à ſçauoir meſuré par 4. En apres ordonne que le ſecond prenne autant de fois 7. que le troiſieſme a pris de fois 4. & que le premier prenne tout autant de fois 13. Alors commande que le premier donne de ſes gettons aux deux autres autãt qu'ils en ont chaſcun, & puis que le ſecond en donne aux autres autãt qu'ils en auront chaſcũ, & finalemẽt que le troiſieſme faſſe tout de meſme. Celà fait prẽ le nombre des gettons duquel que tu voudras des trois (car ils s'en treuueront tous vn eſgal nombre) & pren la moitié d'iceluy, ce ſera le nombre des gettons qu'auoit le troiſieſme du commencement, partant il eſt aiſé de deuiner les nombres des autres, prenant pour celuy du ſecond autant de fois 7. & pour celuy du troiſieſme autant de fois 13. qu'il y a de fois 4. au nombre du troiſieſme cogneu. Par exemple, que le troiſieſme ait pris 12. gettons, alors le ſecond en prendra 21. & le premier 39. & apres que chaſcun aura donné & reçeu comme i'ay diuiſé, il aduiendra que chaſcun aura 24. & la moitié de 24. à ſçauoir 12. eſt iuſtement le nombre du troiſieſme. Cecy n'eſt autre

tre en effect que la regle que i'ay cy deuant donnée. Car le nombre auquel ſe fait l'eſgalité eſtant cogneu, pour trouuer ce que chaſcun auoit du commencement, i'ay dit qu'il falloit diuiſer ledit nombre de l'eſgalité par 8. & multiplier le quotient par 13.7. & 4. Or eſt-il certain que diuiſer vn nombre par 8, & multiplier le quotient par 4. c'eſt autant que prendre les quatre huictieſmes du meſme nombre, à ſçauoir la moitié.

Mais ſi l'on me demandoit par quel moyen i'ay treuué que tous les nombres qui peuuent ſoudre ceſte queſtion doiuent obſeruer meſme proportion que 4.7.13. & par quelle regle generale on pourroit ſoudre toutes autres ſemblables queſtions, encor que l'vn changeat la proportion de ce que chaſcun doit donner aux deux autres, cõme ſi au lieu de leur donner vne fois autant qu'ils ont, on requeroit qu'il leur donnaſt deux fois, trois fois, quatre fois autant Rac. Ie reſpons que l'Algebre eſt celle qui m'a ſerui de guide en cecy, & que de l'operation d'icelle, on peut finalement tirer la regle generale demandée. Parquoy pour ſatisfaire aux plus curieux, ie veux chercher par ceſte voye comme ſe peut ſoudre la queſtion, ſuppoſant que chaſcun à ſon tour donne aux deux autres deux fois autant d'eſcus qu'ils en ont. Et pour ce faire procedant reſolutiuement ie dis que comme ainſi ſoit que le troiſieſme à la fin donnant à chaſcun des autres deux fois autant qu'ils en ont, ils ſe treuuent tous trois auoir vn meſme nombre d'eſcus, il faut que les nombres du premier & ſecond fuſſent auparauant eſgaux; partant

ie

ie poſe que le premier euſt alors 1. ℞. d'eſcus,& le ſecõd auſſi 1.℞.Et puis qu'il faut que le troiſieſme leur donne à chaſcun le double de ce qu'ils ont, doncques il leur donnera 2. ℞. à chaſcun. Mais alors tous trois doiuent auoir vn eſgal nombre, & le premier & ſecõd en ont chaſcun 3.℞. doncques le troiſieſme a pareillement 3.℞. Partat reprenant 2.℞.qu'il a donné au premier,& 2.℞.qu'il a donné au ſecond,il eſt neceſſaire que ledit troiſieſme auparauãt que de donner, eut 7.℞.le ſecond 1.℞.& le premier 1.℞.auſſi.Or eſt-il qu'immediatement auparauant le ſecond vient de donner à chaſcun des autres,deux fois autant qu'ils auoyent, & partant il leur vient de donner les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ils ont à preſent, à ſçauoir $\frac{2}{3}$ ℞ au premier, & $\frac{4}{3}$ ℞ au troiſieſme. Parquoy ledit ſecond reprenant ce qu'il a dõné,il ſe treuuera qu'auant que donner,le ſecond auoit $\frac{10}{3}$ Rac.le premier $\frac{5}{3}$ Rac. & le troiſieſme $\frac{7}{3}$ Rac. Mais auſſi il conuient conſiderer que le premier immediatement auparauant a donné à chaſcun des autres le double de l'argent qu'ils auoyẽt à ſçauoir à chaſcun d'iceux les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ils ont maintenant, doncques il a donné au ſecond $\frac{10}{9}$ Rac. & au troiſieſme $\frac{14}{9}$ Rac.Partant reprenant le ſien, ie conclus que le premier au commencement auoit $\frac{11}{9}$. Rac. le ſecond $\frac{19}{9}$. Rac. & le troiſieſme $\frac{7}{9}$. Rac. & voyla que la queſtion (pour parler auec Diophante) eſt ſolue infiniment, c'eſt à dire que tout nombre que l'on prenne pour valeur de la racine, l'appliquant deuëment aux poſitions, l'on ſoudra la queſtion.Partant tous trois nombres que l'on choiſira, obſeruans la meſme

propor

proportion que 55. 19. & 7. ils feront l'effet que l'on demande, & l'eſgalité ſe fera (ſi l'on prend 55. 19. & 7.) au nombre 27. qui eſt le cube de 3. qui ſurpaſſe d'vn le denominateur de la proportion de ce que chaſcun donne aux autres: ou bien ſi l'on prend d'autres nombres que 55. 19. & 7. l'eſgalité ſe fera en vn nombre qui aura la meſme proportion à 27. qu'auront les trois nombres pris à 55. 19. 7. que ſi l'on eut fait vne ſemblable operation pour la queſtion auparauant proposée, on eut trouué qu'au commencement le premier auoit $\frac{13}{4}$ Rac. le ſecond $\frac{7}{4}$. Rac. & le troiſieſme $\frac{4}{4}$ Rac. Parquoy en ce cas-là il eſt neceſſaire qu'on prenne trois nombres obſeruans la proportion de 13. 7. 4. & choiſiſſant les meſmes 13. 7. 4. l'eſgalité ſe fait au nombre 8. qui eſt le cube de 2. nombre plus grand d'vn que 1. denominateur de la proportion de ce que chaſcun donne aux deux autres. Or de ceſte operation ie tire vne regle generale qui dit ainſi.

Triple le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte 1. *tu auras le troiſieſme nõbre, à ce troiſieſme nombre adiouſte* 2. *& multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte* 1. *tu auras le ſecond nombre. Ioins enſemble le ſecond & troiſieſme nombre ià trouuez, à leur ſomme adiouſte* 1. *& multiplie le tout par le denominateur de la proportion, & au produit adiouſte* 1. *tu auras le premier*

mier nombre, & le nombre auquel ſe fera l'eſgalité ſera le cube du nombre ſurpaſſant d'vn le denominateur de la proportion.

PAr exemple en la premiere queſtion où le denominateur de la proportion eſt 1. ie pren le triple d'iceluy denominateur, à ſçauoir 3. auquel i'adiouſte 1. & i'ay 4. pour le troiſieſme nombre. I'adiouſte 2. à 4. vient 6. que ie multiplie par 1. & au produit adiouſte 1. i'ay 7. pour le ſecond nombre. I'aſſemble 4. & 7. & à leur ſomme i'adiouſte 1. vient 12. que ie multiplie par 1. & au produit i'adiouſte 1. i'ay 13. pour le premier nombre, & le cube de 2. à ſçauoir 8. eſt le nombre auquel ſe fait l'eſgalité.

En la ſeconde queſtion où le denominateur eſt 2. le triple 2. & au produict adiouſte 1. i'ay 7. pour le troiſieſme nombre i'adiouſte 2 à 7. vien 9. que ie multiplie par 2. & au produit adiouſte 1. i'ay 19. pour le ſecond nombre. I'aſſemble 7. & 19. & à leur ſomme adiouſte 1. vient 27. que ie multiplie par 2. & au produit adiouſte 1. i'ay 55. pour le troiſieſme nombre, & l'eſgalité ſe fait au nombre 27 qui eſt le cube de 3. ſurpaſſant d'vn le denominateur 2. & la regle ſert auſſi bien pour toute autre ſorte de proportion comme l'experience fera voir à chaſcun: car ce n'eſt pas icy le lieu d'enſeigner demonſtratiuement comme i'ay tiré ceſte regle de l'operation de l'Algebre, & que partant elle eſt infallible, ie m'en rapporte au iugement de ceux là qui ſçauent comme on tire la quinte-eſſence d'vne operation d'Algebre qui a paſsé par l'Alembic d'vn eſprit bien delié.

l'A

IX.

Trois hommes ont à partager 21. tonneaux, dont il y en a ſept pleins de vin, ſept vuides, & ſept pleins à demi. Ie demande comme ſe peut faire le partage, en ſorte que tous trois ayent vn eſgal nombre de tonneaux, & eſgalle quantité de vin.

CEſte queſtion eſt propoſee par Tartaglia en la premiere partie, liure 16. q. 130. & encor il en propoſe vne ſemblable en la q. 131. ſuiuante, Mais ledit autheur ſe contente de donner la ſolution deſdictes queſtions, ſans enſeigner la regle generale pour ſoudre toutes autres ſemblables, laquelle façon de faire ie repute indigne d'vn ſi habile Mathematicien. Doncques pour ne commettre la meſme faute ie dis qu'il conuient diuiſer le nombre des tonneaux par celuy des perſonnes, & ſi le quotient ne vient nombre entier, la queſtion eſt impoſſible, comme ſuppoſant qu'il y ait 21. tonneaux, ſi l'on met 4. perſonnes, le partage ne ſe peut faire comme l'on requiert, car afin que le nõbre des tõneaux ſe partage eſgalement, il faudroit que chaſcun en eut $5\frac{1}{4}$. qui eſt choſe abſurde, vn tonneau ne ſe pouuant ainſi briſer en pluſieurs pieces. Il faut donc que ce quotient ſe treuue entier, car c'eſt le nombre des tonneaux que chaſcun doit auoir. En apres il conuient prendre ledit quotient, & en faire autant de parties qu'il y a de perſonnes, obſeruant toutesfois que chaſcune d'icel-

les parties ſoit moindre que la moitié du ſuſdict quotient. Comme par exemple les tonneaux eſtās 21.& les perſonnes 3.ayant diuiſé 21.par 3.le quotient eſt 7.que ie coupe en ces trois parties 3. 3. 1. ou bien en ces trois 2. 2. 3. dont chaſcune eſt touſiours moindre que la moitié de 7.Or par le moyē deſdittes parties on peut ſoudre la queſtion fort aiſément,appliquant chaſcune d'icelles à chaſque perſonne. Ainſi ſe ſeruant des premieres qui ſont 3. 3. 1. Le premier 3. ſignifie que la premiere perſonne doit auoir 3. tonneaux pleins & autant de vuides (car chaſcun en doit touſiours prendre autant de pleins que de vuides) & par conſequent la meſme perſonne n'en doit auoir que 1. à demy plein pour accomplir les 7.De meſme le ſecond 3. monſtre que la ſeconde perſonne doit prendre 3. tonneaux pleins,3 vuides, & par conſequent 1. à demy plein. Finalement la troiſieſme partie 1. denote que la troiſieſme perſonne doit auoir 1. tonneau plein, 1. vuide, & par conſequent 5. à demy pleins. Par ainſi chaſcun aura 7.tonneaux, & $3\frac{1}{2}$ tonneaux de vin,partant autant les vaiſſeaux,comme le vin ſeront partagez eſgalement.

Que ſi l'on ſe veut ſeruir des autres parties de 7,à ſçauoir 2.2.3. on trouuera vne autre ſolutiō,& tout auſſi bonne, & dirat-on que le premier doit prendre 2. tonneaux pleins, 2 vuides, & 3 demy pleins.le ſecond ſemblablemēt 2.tonneaux pleins, 2 vuides,& 3.demy pleins, & le troiſieſme 3. tonneaux pleins,3.vuides & 1. demy plein. & pource que l'on ne peut en point d'autre façon faire trois parties de 7, dont chaſcune ſoit moindre que la moitié

moitié dudit 7, on peut aſſeurer que le partage en tel cas ne ſe peut faire en point d'autre ſorte.

Et pour mieux faire voir la certaineté & generalité de ma regle, prenons l'autre exemple de Tartaglia où il ſuppoſe que le nombre des tonneaux ſoit 27, & les perſonnes 3. comme auparauant ie prendray le tiers de 27. qui eſt 9. & verray de faire trois pars de 9. dont chaſcune ſoit moindre que la moitié de 9. Or cela ſe peut faire en trois differentes façons, car les parties de 9. peuuent eſtre 3. 3. 3; ou bien 1. 4. 4. ou bien 2. 3. 4. Partant on peut donner trois ſolutions: car il ſe peut faire que le premier prenne 3. tonneaux pleins, 3. vuides, & 3. demi pleins, & tout autant en prendront le ſecond & le troiſieſme. Ou bien le premier en prendra 1. plein, 1. vuide, & 7. demy pleins: le ſecond 4 pleins, 4. vuides, & 1. demy plein: le troiſieſme de meſme 4. pleins, 4. vuides, & 1. demy plein. Ou finalement le premier en prendra 2. pleins, 2. vuides, & 5. demy pleins: le ſecõd 3 pleins, 3 vuides, & 3 demy pleins: le troiſieſme 4 pleins, 4 vuides, & 1. demy plein. & en toutes les trois façons chaſcun e 9. vaiſſeaux, & $4\frac{1}{2}$ tonneaux de vin. Neantmoins en ce cas Tartaglia n'apporte qu'vne ſolution d'autant qu'il ignoroit la regle generale pour ſoudre toutes ſemblables queſtiõs.

Que ſi lon ſuppoſe qu'il y ait 24. tonneaux dõt les 8. ſoyent pleins, les 8. vuides, & les 8. demi-pleins, & qu'il les faille partager de la meſme façon entre 4 perſonnes; diuiſant 24. par 4. viendra 6. Parquoy nous verrons de faire de 6. quatre parties dont chaſcune ſoit moindre que la moitié du-

dit 6. Ce qui ne ſe peut faire qu'en vne ſorte, les parties eſtant 2. 2. 1. 1. Par ainſi nous dirons que le partage ne ſe peut faire qu'en vne ſorte, à ſçauoir ſi le premier en prend 2. pleins, 2. vuides, & 2. demy pleins; le ſecond auſſi 2. pleins, 2. vuides, & 2. demy pleins: le troiſieſme 1. plein, 1. vuide, & 4. demy pleins: & le quatrieſme de meſme 1. plein, 1. vuide, 4. demy pleins. Par ainſi chaſcun aura 6. vaiſſeaux, & la valeur de 3. tonneaux pleins. Ie ne m'eſtendray pas dauantage pour rendre la raiſon de ceſte mienne regle, cela eſtant ſi facile, que tout homme de bon eſprit en viendra bien aiſément à bout.

X.

Il y a 41. perſonnes en vn banquet tant hommes que femmes & enfans, qui en tout deſpendent 40 ſoubz, mais chaſque homme paye 4 ſoubz chaſque femme 3 ſoubz chaſque enfant 4. deniers. Ie demande combien il y a d'hommes, combien de femmes, combien d'enfans.

CEſte queſtion a mis en grande peine tous les Arithmeticiens qui ont eſté par cy deuant, comme Frere Luc, François Felician, Nicolas Tartaglia, Eſtienne de la Roche & autres, qui tous ſe ſont efforcez de la ſoudre par regle certaine, mais toutesfois ne ſont point venus à bout de leur deſſein, car tous ſont d'vn accord que l'on n'en peut ſortir qu'en ceſte maniere. Poſons que tout le nõbre des perſonnes ſoit de celles qui payent le moins, à ſçauoir d'enfans, dont s'enſuit puiſque chaſ

chaſque enfant paye 4.deniers,qui fõt $\frac{1}{7}$ de ſ;qu'ils payeront en tout $\frac{4}{7}$ ſ. qui oſtez de 40 ſ. reſte $\frac{72}{7}$. qu'il faut garder à part. En apres ſoubſtraiſons le moindre prix des deux plus grands, à ſçauoir $\frac{1}{7}$ de 3 & de 4,reſteront $\frac{8}{7}$ & $\frac{11}{7}$. & puiſque ces trois reſtes $\frac{72}{7}$.$\frac{8}{7}$.$\frac{11}{7}$.ſont tous d'vne meſme denomination: (car autrement il les y faudroit reduire) nous ſeruãt des numerateurs ſeulement, il nous conuient diuiſer 79,en deux telles parties,que l'vne ſoit meſuree par 8,l'autre ſoit meſuree par 11,ce que nous ferons en taſtõnant de ceſte ſorte. Oſtons vne fois 11.de 79.reſte 68.qui n'eſt pas meſuré par 8.Partãt oſtons 2.fois 11. de 79. reſte 57. qui auſſi n'eſt pas meſuré par 8. Parquoy oſtons 3.fois 11.de 79.reſte 46, qui encore n'eſt pas meſuré par 8. Doncques oſtons 4.fois 11. de 79, reſte 35, que 8 ne meſure point auſſi. Oſtons donc 5. fois 11. de 79.reſte 24 qui eſt meſuré par 8.Parquoy nous dirons que les deux parties cherchees de 79 ſont 55. & 24. Car diuiſant 55.par 11. le quotient eſt 5. tout iuſte; & diuiſant 24 par 8.le quotient eſt 3.Doncques nous dirons que le nombre des hommes eſt 5.celuy des femmes 3, dont la ſomme eſt 8. qui oſtee de 41, reſte 33. pour le nombre des enfans. Que ſi l'on n'eut pas peu faire de 79. deux pars,dont l'vne eut eſté meſuree par 11, l'autre par 8. la queſtion eut eſté impoſſible. Et ſi 79 ſe fut peu diuiſer en deux telles parties en pluſieurs diuerſes façons, la queſtion eut peu receuoir tout autant de differentes ſolutions.

Voilà la regle que donnent les autheurs ſuſdits, laquelle comme ie ne nie pas qu'elle ne ſoit aſſez

bonne & subtile,& fondee sur raison comme l'on peut voir facilement, ie soustiens aussi qu'elle est fort imparfaitte, tant parce que en partie l'on y procede à tastons, que parce que elle ne touche pas au fond de ceste matiere. Car toute semblable question proposee vniuersellement sans estre appliquee à aucun subiet (si elle est possible) reçoit tousiours infinies solutions, comme si l'on disoit. Faittes trois pars de 41 que l'vne multipliee par 4, l'autre par 3, l'autre par $\frac{1}{2}$. la somme des trois produits soit 40. Il est euident que c'est la mesme question proposee plus generalement, car icy l'on ne requiert point que les trois parties de 41. soyét nombres entiers, ce qui estoit auparauant necessaire à cause qu'on ne peut admettre fractions de personnes sans absurdité. Voire mesme l'on peut appliquer vne semblable questió à tel suiect, qu'il ne sera point necessaire que la solution se donne en nombres entiers, cóme si l'on disoit. I'ay acheté 41. Aulnes de trois differentes estoffes, à sçauoir du veloux à 4. escus l'aulne, du Satin à 3. escus, & de la toile à 20 s. & le tout me couste 40. escus. Ie demande combien i'ay pris de chasque estoffe. Or en tous semblables cas telles questions reçoiuent infinies solutions comme ie feray voir cy apres.

Doncques pour dire ce qui se peut à l'entour de ceste question, il se faut seruir d'vne mienne inuẽtion, dont i'ay desia touché vn mot en l'aduertissement du sixiesme probleme, laquelle à ceste occasion i'expliqueray icy briefuement, promettant encor d'en traitter ailleurs plus au long, & aduertissant toutesfois le lecteur que s'il n'est assez expert

pert en l'Algebre, il ne ſe trauaille pas pour entendre ce qui s'enſuit ; car celuy ſeroit peine perdue, d'autant qu'implorant le ſecours de ceſte diuine ſcience ie diſcours en ceſte ſorte.

Soit le nombre des hommes 1 R. doncques celuy des femmes, auec celuy des enfans ſera 41. 1.Ra. & puiſque chaſque homme paye 4. ſ. tous les hommes enſemble payeront 4. Rac. de ſ. & partant les femmes auec les enfans payeront 40. 4 Rac. Mais d'autant que chaſque femme paye 3 ſ. & chaſque enfant $\frac{1}{3}$ ſ. Il appert que la ſomme que payent les femmes & les enfans enſemble, à ſçauoir 40-4 Rac. contient le nombre des femmes trois fois, & le tiers du nombre des enfans, & multipliant icelle ſomme par 3. le produit 120-12. Ra. contient le nombre des femmes neuf fois, & vne fois le nombre des enfans, parquoy oſtant de là vne fois tant le nombre des femmes que des enfans, à ſçauoir 41-1 Rac. le reſte qui eſt 79-11 Ra. contiendra huit fois le nombre des femmes : doncques diuiſant par 8. nous aurons pour le nombre des femmes 9 $\frac{7}{8}$-1 $\frac{1}{8}$ Rac. qui oſté de 41-1 Rac. laiſſera pour le nombre des enfans 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{1}{8}$ Ra. Par ainſi nous auõs en termes Algebriques le nombre des hommes qui eſt 1 Ra. celuy des femmes qui eſt 9. $\frac{7}{8}$-1 $\frac{1}{8}$ Rac. Celuy des enfans, qui eſt 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{1}{8}$ Ra. dõt la ſomme eſt iuſtement 41. & ſelon qu'il eſt requis en la queſtion, les hommes payeront 4 Rac. les femmes 29. $\frac{7}{8}$-4 $\frac{1}{8}$ Rac. & les enfans 10 $\frac{7}{8}$ † $\frac{1}{8}$ Ra. dont la ſomme eſt iuſtement 40. Partant il eſt euident que la queſtion

stion est soluë infiniment (comme dit Diophante) c'est à sçauoir que l'on peut prendre tout nõbre pour valeur de la racine, pourueu toutesfois qu'on le puisse conuenablement apliquer aux positions.

Or pour ce faire i'ay remarqué deux points. Le premier est qu'encor qu'on vueille soudre la question generalement sans se soucier si la solution vient en nombres entiers, ou rompus, il faut neãtmoins prendre garde qu'il ne s'ensuiue aucune absurdité, comme en l'exemple donné si l'on vouloit mettre 8. pour valeur de la racine, il s'ensuiuroit que le nombre des femmes seroit moins que rien, car nous auons trouué par force du discours que le nombre des femmes est $9\frac{7}{8}\ 1\frac{1}{8}$ Rac. & partant si l'on prent 8. pour valeur de la racine, $1\frac{1}{8}$ Rac. seront 11. qui estant soustrait de $9\frac{7}{8}$ restera pour le nombre des femmes, moins $1\frac{1}{8}$. Doncques pour remedier à tous semblables inconueniens ie regarde si quelqu'vn des nombres de mes positions est composé de nombre moins racine, ou de racine moins nombre, ou si l'vn est d'vne sorte, l'autre de l'autre, & lors diuisant les nombres par les racines, s'il y a nombre moins racine, le quotient est vn terme au dessous duquel il faut prendre la valeur de la racine, & s'il y a racine moins nombre, le quotient est vn terme au dessus duquel il faut prendre la valeur de la racine, partant si l'vn des nombres des positions est composé de nombre moins racine, & l'autre de racine moins nombre, on a deux termes entre lesquels de necessité se doit prendre la valeur de la racine

racine excluſiuement. En la queſtion propoſée, pource qu'il n'y a que le nombre des femmes où ſe rencontre le ſigne de moins, il n'y aura auſſi qu'vn terme, qui ſe treuuera diuiſant 9 $\frac{7}{8}$ par 1. $\frac{1}{8}$ & le quotient à ſçauoir 7 $\frac{3}{11}$ ſera ledit terme au deſſous duquel tout nombre pris pour valeur de la racine ſoudra la queſtion (pourueu qu'on admette les fractions) que ſi l'on prend pour la racine 7 $\frac{4}{11}$ ou quelque nombre plus grand, le nombre des femmes ſe treuuera rien ou moins que rien.

Mais pour donner vn exemple où ſe rencontrent deux termes, ſoit le nombre des perſonnes 20. l'argent en tout deſpendu ſoit 20 ſ. & que les hommes payent 4 ſ. les femmes $\frac{1}{2}$ ſ. les enfans $\frac{1}{4}$ ſ. Lors poſant 1 ℞. pour le nombre des hommes; les femmes & les enfans enſemble ſeront 20-1 ℞. & puis que chaſque homme paye 4 ſ. tous les hómes payeront 4 ℞ de ſ. & partant les femmes auec les enfans payeront 20-4 ℞. Et d'autant que chaſque femme paye $\frac{1}{2}$ ſ. & chaſque enfant $\frac{1}{4}$. il eſt certain que le nombre de ſ. que payent les femmes eſt la moitié du nombre des femmes, & le nombre de ſous que payent les enfans eſt le quart du nombre des enfans. Doncques 20-4 ℞. contient la moitié du nombre des femmes & le quart du nombre des enfans, & multipliant tout par 4. viédra 80-16 ℞. contenant deux fois le nombre des femmes, & vne fois celuy des enfans, partant oſtons en 20-1 ℞. qui contient vne fois tant le nombre des femmes, que celuy des enfans, reſtera 60-15 ℞. pour le nóbre des femmes, qui oſte de 20-

1 ℛ. reſtera 14 ℛ-40 pour le nombre des enfans. Nous auons doncques 1 ℛ. pour les hommes;60-15 Rac. pour les femmes, & 14 Rac. 40. pour les enfans,& pource qu'il y a nombre moins racine à ſçauoir 60-15 Rac. diuiſant 60 par 15. le quotient 4. ſera le terme au deſſous duquel ſe doit prendre la valeur de la racine,& d'autant qu'il y a racine moins nombre, à ſçauoir 14 Rac. 40. diuiſant 40 par 14. le quotient $2\frac{6}{7}$ ſera le terme au deſſus duquel il faut prendre la racine. Partant tout nombre pris entre $2\frac{6}{7}$ & 4. ſoudra la queſtiõ ſi l'on admet les nombres rompus,& point de nõbre qui ne ſoit entre ces deux termes ne ſera propre.

Le ſecond point que ie remarque,& pour faire venir la ſolution en nombres entiers, lors que le ſubiect ne permet pas qu'on ſe ſerue des fractiõs, comme quand on parle de perſonnes ou d'animaux viuans, qu'on ne peut diuiſer en pluſieurs parties ſans abſurdité,& pour ce faire, ſi és poſitions il ne ſe rencontre aucune fraction la choſe eſt bien aiſée,car on peut prendre pour valeur de la racine tout nombre entier qui ſe retreuue entre les bornes des termes cherchez par l'artifice que i'ay enſeigné, comme au dernier exemple, pource que en toutes trois les poſitions il n'y a aucune fraction,on peut prendre pour la racine tout nombre entier qui ſe treuue entre $2\frac{6}{7}$ & 4.& pource qu'il n'y a que 3. on peut dire que telle queſtion par nombres entiers n'a qu'vne ſeule ſolution & le nombre des hommes eſt 3. celuy des femmes 15. celuy des enfans 2. mais ſi l'on admettoit

mettoit les fractions, il appert qu'entre 2 $\frac{6}{7}$ & 4. on en peut prendre infinies.

Que ſi en quelqu'vn des nombres des poſitions il ſe rencontre des fractions, il y a vn peu plus de difficulté, comme au premier exemple où il y a des huictieſmes tant au nombre des femmes qu'é celuy des enfans. Toutesfois en tel cas ie procede ainſi treſ-certainement. Le nombre des enfans eſtãt 31 $\frac{1}{8}$ † $\frac{1}{8}$ Rac. pour faire que tant la racine, que iceluy nombre des enfans ſe rencontre vn nombre entier, il eſt neceſſaire de prendre pour la racine vn nombre entier dont les $\frac{1}{8}$ adiouſtées à $\frac{1}{8}$ faſſent vn nombre entier, & ſi faut que iceluy nombre ſoit moindre que 7 $\frac{1}{11}$ (qui eſt le terme treuué) or cela n'eſt autre que treuuer vn nombre au deſſous de 7 $\frac{1}{11}$. qui multiplie par 3. & au produit adiouſtant 1. la ſomme ſoit meſurée par 8. c'eſt à dire treuuer vn multiple de 8. qui ſurpaſſe d'vn vn multiple de 3. tel toutesfois que iceluy multiple de 3. diuiſé par 3. donne vn quotient moindre que 7 $\frac{1}{11}$. Ce probleme eſt par moy parfaictement conſtruit & demonſtré en mes elemens Arithmetiques, comme deſ-ja i'ay touché en la premiere de ces ſubtilitez, & de plus outre ce que i'ay là dit, ie monſtre à treuuer les moindres multiples des nombres donnez faiſans ce qui eſt requis, & puis apres tous les autres par ordre. Au meſme liure encore ie demonſtre ce probleme conſecutif à l'autre, & qui ſert beaucoup pour l'entiere ſolution de ceſte queſtion.

Deux

Deux nombres premiers entre eux estant dõnez, treuuer vn multiple de l'vn qui surpasse l'autre, ou quelque sien multiple, de tout nombre donné; tellement que lesdicts multiples soyent les moindres qui accomplissent cela.

Et apres auoir treuué les moindres, i'enseigne a treuuer par ordre tous les autres multiples faisant vn mesme effect.

IE n'ay peu pour la raison cy deuant alleguée inserer en ce liure la construction & demonstration de ces beaux problemes, parquoy ie prie le courtois Lecteur d'attendre auec patience que mon liure des Elemens puisse sortir au iour. Cependant il sauourera ceste mienne inuention, laquelle i'espere luy faire gouster vne autrefois si pleinement qu'il en pourra estre du tout rassasié. Certes encor qu'elle soit assez facile, si n'a elle esté touchée par aucun Autheur cy deuant, au moins que ie sçache, & toutesfois on ne peut sans icelle soudre parfaictement plusieurs questions qui ont infinies solutions, principalement les regles d'Alligation que iusques à present l'on n'a sçeu faire qu'en vne façon trop particuliere, là où ie me vante d'en donner touſiours infinies solutions, ce qui peut rapporter beaucoup de commodité à tous ceux qui se meslent de l'alliage des metaux.

F I N.

Staatl. Bibliothek Regensburg

Digitized by Google

Google